Am Anfang war das Wort

Jedem Anfang wohnt ein Zauber inne, erinnert uns Hermann Hesse. Er wird gerade dann mit uns sein, wenn unser Anfang ein grundsätzlicher ist, ein Anfang mit dem Wort. Solche Hilfe tut gut, wenn man sich in einer Zeit extremer Sprachverarmung daran macht, die Notwendigkeit der Sprachentwicklung für den Verstehensprozess und die Vorteile eines Lernweges „durch die Sprache" ins Zentrum der Aufmerksamkeit zu rücken. Dieses Beginnen ist weitaus zukunftsfähiger als alle Versuche, mit dem Zeitgeist zu gehen und angesichts seiner Sprachvergessenheit kleinlaut auszuweichen. Um nur ein ermutigendes Beispiel zu nennen: Als 1985 ein Heft zur Problematik neuer Fachausdrücke erschien [Köhler], hatten viele noch gar nicht gemerkt, an welcher Verarmung des Denkens und Handelns sie durch ihre unreflektierte Übernahme unpräziser (oft vermeintlicher) Anglizismen mitwirkten. Inzwischen gibt es ein hundertachtzigseitiges Wörterbuch überflüssiger Anglizismen [Pogarell] und erste Wirtschaftsunternehmen nehmen den Schaden wahr, den sie sich selbst durch ihre Sprachschlamperei zugefügt haben.

Bei dem dialogischen Unterricht nach dem Vorbild von Gallin und Ruf liegt der mühsame Beginn schon weit hinter uns. Die Pädagogik hat es schon immer gewusst und in verschiedener Weise angesprochen, dass das Lehrer-Schüler-Verhältnis ein dialogisches Verhältnis sein muss. Das folgt schon aus der Verpflichtung, den Schüler zur Entwicklung seiner eigenen Persönlichkeit freizugeben. In der letzten Hälfte des vergangenen Jahrhunderts haben Pädagogen wie Marian Heitger mit einer *Pädagogik des Dialogs* vehement einen dialogischen Unterricht gefordert. Martin Wagenschein hat uns dafür überzeugende Beispiele für den Mathematik- und Physikunterricht gezeigt. Leonard Nelsons neosokratische Methode der Gespächsführung hat den fragend-entwickelnden Unterrichtsstil als kaum dialogisch entlarvt. Bis hin zur Forderung des mathematischen Aufsatzes und vieler überzeugender Versuche dialogischen Unterrichts mit ausgeprägtem Bewusstsein für das Problem der Sprache und ihrer wechselseitigen Entwicklung mit den jeweils geforderten Einsichten und Verständnisproblemen, liegt eine reichhaltige Erfahrung auf dem Gebiet vor.

Aber diese Ansätze wurden in der Schule allgemein nicht so aufgenommen, wie es ihrer Notwendigkeit und ihrer Vorteile entspräche. Gallin und Ruf haben es nun in den letzten Jahren geschafft, mit einem spezifischen Ansatz recht beachtliche Aufmerksamkeit zu erreichen und viele Lehrer zur Nachahmung zu stimulieren. Der Grund dafür liegt wohl in der inzwischen noch stärkeren Not des Erziehungssystems und einem in dieser Richtung allgemein besser entwickelten Bewusstsein (richtiger historischer Moment des Angebots). Aber er liegt auch darin, dass hier ein benutzbares System angeboten wird, eine Technik mit der sich das Anliegen leichter realisieren lässt. Dieser Vorteil führt zugleich eine Gefahr mit sich, dass nämlich die Technik den tiefen Sinn des Ansatzes untergraben könnte. Die Durchschlagskraft des benutzbaren Systems ist auch eine Gefahr für die Koexistenz anderer pädagogischer Forderungen wie etwa dem Vorleben eines Beispiels durch die Lehrperson. Marianne Gronemeyer spricht den Wert der persönlich getönten Mitteilung gegenüber der didaktisch objektivierten Vermittlung des Lehrstoffes an. Ein Reisetagebuch des Schülers leistet nur die eine Seite der Überwindung der Ver-Mittelung durch Unmittelbarkeit, das authentische Angebot einer schon gelebten Unmittelbarkeit durch den Lehrer bleibt daneben eine dringend notwendige Orientierungshilfe.

Eine hervorragende Möglichkeit, den angesprochenen Gefahren zu entgehen, ist die immer erneute Auseinandersetzung mit dem pädagogischen Sinn dialogischen Unterrichts und die währende Suche der *jeweils* geeigneten Form. Was könnte dem besser dienen, als der Dialog in einer Gruppe von Kollegen? Wenn also der Arbeitskreis Dialogischer Mathematikunterricht hier Anregungen und Beispiele anbietet, dann ist die geeignete Umgangsweise mit diesen Anregungen eine Realisierung in der eigenen Unterrichtspraxis, begleitet von der Reflexion des eigenen Vorgehens angesichts der eigenen Unterrichtsumgebung im Dialog mit den Kollegen. Anders gesagt: Die hier vorgelegten Anregungen sind es wert, in aller Tiefe und im gesamten Spektrum der angebotenen Erfahrung aufgenommen zu werden. Eine dieser Erfahrungen ist gerade die Fruchtbarkeit der Abwandlung jedes Vorschlages gemäß der vorgefundenen Situation im Dialog einer Kollegengruppe. Und diese Abwandlung, das Verbot der nur technischen Übernahme ist vor ihrer Fruchtbarkeit schon von der Verantwortung gegenüber der Person des Schülers gefordert. Mit guten Gründen stellt Marian Heitger klar: „Dialogische Pädagogik stellt keine handhabbaren Mittel zur Verfügung. In ihr ist der Erzieher in seiner ganzen Existenz gefordert.“

Hartmut Köhler

Paul Connolly, Teresa Vilardi (Ed.): Writing to Learn Mathematics and Science. New York and London (Teachers College, Columbia University) 1989

Marianne Gronemeyer: Lernen mit beschränkter Haftung. Darmstadt (Wiss. Buchgesellschaft) 1997

Marian Heitger: Beiträge zu einer Pädagogik des Dialogs. Wien (Österr. Bundesverlag) 1983
Hartmut Köhler: Zur Wahl der Fachausdrücke im Umkreis des Rechners. Stuttgart (LEU) 1985

Rainer Loska: Lehren ohne Belehrung. Leonard Nelsons neosokratische Methode der Gesprächsführung. Bad Heilbrunn (Klinkhardt) 1995

Reiner Pogarell, Markus Schröder (Hg.): Wörterbuch überflüssiger Anglizismen. Paderborn (IFB-Verlag) ^{4}2001

Martin Wagenschein: Verstehen lehren. Weinheim, Basel (Beltz) ^{6}9177

Vorwort

Ganze fünf Jahre ist es nun her, dass ich das erste LEU-Heft zum dialogischen Mathematikunterricht verfasste und die anrührende Begegnung mit Ruth und ihren „Mikrodäumlingen" beschrieb. Ruths weiteres Schicksal in der Schule konnte ich leider nicht mehr verfolgen, da ich nach meinem Referendariat an das Gymnasium Möckmühl – weit entfernt von Weinheim an der Bergstraße, wo Ruth weiter die Schulbank drückte – versetzt wurde. Ich vermute aber, dass sie ihr Abitur im Juni 2004 erfolgreich abgelegt hat, denn sie ist in der siebten Klasse in den meisten Fächern wirklich gut gewesen. Es wäre interessant zu erfahren, ob sie sich noch an die siebte Klasse und den Mathematikunterricht während dieser Zeit erinnert und was sie heute darüber denkt. Ich verdanke ihr jedenfalls die Neugier und die Faszination, die mich letztlich dazu trieb, weitere Projekte zum Mathematikunterricht mit der Tagebuchmethode konsequent zu verfolgen.

Inzwischen ist es mir gelungen, einen *Arbeitskreis zum dialogischen Unterricht* ins Leben zu rufen, der sogar die Anerkennung des Kultusministeriums in Stuttgart gefunden hat. Das vorliegende Heft dokumentiert große Teile der Arbeit dieser fünfköpfigen Gruppe von Lehrkräften aus Baden-Württemberg. Wir treffen uns in unregelmäßigen Abständen, um unsere Erfahrungen mit den unterschiedlichsten Schülern zu besprechen. Natürlich tauschen wir Materialien – konkret: Arbeitsaufträge und Kernideen – aus, aber wichtiger noch erschient mir so manches offene Gespräch, in dem die Freude über gelungene Lernsituationen, Zweifel an der Realisierbarkeit des dialogischen Prinzips an deutschen Gymnasien und immer wieder das eine oder andere aufbauende Wort, eine neue Idee und so manche philosophische Betrachtung ausgesprochen werden können und dürfen. Ohne meine vier Mitstreiter wäre dieses Heft nie zustande gekommen, daher will ich ihnen an dieser Stelle meinen herzlichen Dank aussprechen und sie alle namentlich erwähnen:
Helmut Neunhöffer, der einmal mein Ausbilder am Dietrich-Bonhoeffer-Gymnasium in Eppelheim war und nun unser mathematisches Weltbild immer wieder ins Wanken bringt; *Beate Rensch*, ebenfalls als Lehrkraft am Dietrich-Bonhoeffer-Gymnasium in Eppelheim tätig und außerordentlich findig, was neue Ideen, Materialien und Methoden angeht; *Katja Klee (geb. Schlichenmaier)*, die ihre pädagogische Arbeit über einen Vergleich von konventionellem und dialogischem Mathematikunterricht in Klassenstufe 9 verfasste und nun als couragierte Lehrkraft am Ganerben-Gymnasium in Künzelsau und als Lehrbeauftragte für Englisch am Staatlichen Seminar Heilbronn wirkt; *Florian Karsten*, der sofort nach seinem Referendariat in unser Projekt einstieg, unsere Evaluationsbögen ausarbeitet, unsere Homepage aufbaute und seine derzeitige Wirkungsstätte als Mathematik- und Physiklehrer am Hölderlin-Gymnasium in Stuttgart gefunden hat.

Nicht unerwähnt lassen möchte ich *Hartmut Köhler*, der unser Projekt stets wohlwollend und anerkennend, aber aus einer kritischen Distanz begleitet hat. Ohne ihn wäre meine Erfahrung mit Vorträgen in der innerschulischen Öffentlichkeit sowie Publikationen im Rahmen der blauen Reihe bei LEU nie derart gewachsen, dass dieses zweite Heft sich seinen Weg hätte bahnen können. Unsere Arbeitsgruppe verdankt ihm viele aufmunternde Worte, jedoch auch viele Impulse und kritische Gedanken, was für uns zweifellos gleichermaßen von unschätzbarem Wert war.

Das vorliegende Heft enthält neben den mathematischen auch einige Aufträge aus dem Fachbereich der Physik. Der Hintergrund dazu ist der folgende: Meine Tätigkeit im Rahmen der Lehrerfortbildung in Physik und mein Lehrauftrag am Staatlichen Seminar in Stuttgart I haben mir letztlich noch einen weiteren Kontakt eingebracht, der meinen Horizont bezüglich des Dialogischen Unterrichtsprinzips gewaltig vergrößert hat. *Detlef Hoche*, der u.a. als Lehrbeauftragter am Seminar Stuttgart II tätig ist, zeigte mir einige seiner Versuche, dialogischen *Physik*unterricht durchzuführen. Dies inspirierte mich, es ihm gleich zu tun und seinen Fundus an Arbeitsaufträgen noch ein wenig zu vergrößern. Wir hielten es beide für angebracht, diese Aufträge, die zu einem großen Teil von ihm stammen, ebenfalls in diesem Heft zu veröffentlichen, weil sie sonst vermutlich nie weitergegeben und damit dem Physikunterricht in Baden-Württemberg viele wertvolle Impulse entgehen würden.

Herzlichen Dank auch an alle Kolleginnen und Kollegen im Lande – vor allem den zahlreichen Referendarinnen und Referendaren an den Seminaren –, die mit mir auf diversen Vorträgen zum dialogischen Unterricht diskutiert haben und damit meinen Blick für spezifische Hilfsangebote für Lehrkräfte in unserem Fachbereich geöffnet haben. Ich hoffe, diesen Anliegen mit diesem Heft gerecht geworden zu sein und damit einen kleinen Fundus für den Mathematikunterricht der Unterstufe geschaffen zu haben, der den realen Anforderungen des Lehreralltags entspricht.

Monica Hettrich

Inhaltsverzeichnis

Inhalte der Begleit-CD

0. Einleitung

Immer auf der Suche nach der Antwort auf die Frage „Wie unterrichtet man Mathematik?“ gelangten die Mitglieder unserer Gruppe auf unterschiedlichen Wegen zum dialogischen Unterricht.
Wenn Sie dieser Frage mit Aussagen wie den folgenden begegnen möchten, dann kann Ihnen das vorliegende LEU-Heft einige Hinweise und Hilfen geben:

- „Der Mathematikunterricht ist genau dann gut, wenn Schülerinnen und Schüler die Möglichkeit haben, sich *nicht nur intellektuell*, sondern auch *emotional* auf eine Sache einzulassen“
- „Der Mathematikunterricht ist genau dann gut, wenn darin von und mit Kindern sachkundig über Mathematik gesprochen wird und man sich *von der individuell getönten Alltagssprache* sachte auf die *reguläre Fachsprache* zubewegt“
- „Der Mathematikunterricht sollte sowohl schüler- als auch problemorientiert sein“
- „Mathematik muss nicht das Lieblingsfach eines Jeden sein, aber in Zukunft sollte niemand mehr mit seiner Unkenntnis auf und seiner Angst vor diesem Gebiet gesellschaftliche Anerkennung gewinnen können – dafür kann der Unterricht in der Schule sorgen“

Dieses Heft will Ihnen ein *Dialogisches Unterrichtsprinzip* als Vorschlag für die Bereicherung des eigenen Unterrichtes nahe bringen, Ihnen charakteristische Problemfelder in diesem Zusammenhang sowie mögliche Veränderungen im Umfeld des Unterrichtes aufzeigen (s. Methodenplan, Elternarbeit, Evaluation) und Ihnen eine Fülle von Materialien an die Hand geben (s. Materialien-CD). Die Arbeitsgruppe zum Dialogischen Unterricht ist *nicht* der Ansicht, dass dies die *einzige* Möglichkeit ist, einen guten Mathematikunterricht durchzuführen. Wir sehen dieses Konzept vielmehr als eine weitere Bereicherung für die Unterrichtskultur in Deutschland an und stellen uns gerne einer kontroversen Diskussion.

Es existiert inzwischen auch eine *Homepage* unseres Arbeitskreises, die das Dialogische Prinzip in seinen Grundzügen darstellt, einige kommentierte Schüleraufträge zeigt, ein Diskussionsforum für alle Interessierten bietet und über alle neueren Entwicklungen informiert (Sie können auch einen kostenlosen Informationsbrief per Mail abonnieren). Die Adresse lautet: www.dialogischer-mathematikunterricht.de

Auch im Lehrerfortbildungssektor finden sich die Spuren des Arbeitskreises: Eine erste Akademietagung soll an der Landesakademie Donaueschingen vom 31.01. bis zum 02.02.2005 stattfinden, Regionaltagungen sind ebenfalls angedacht. Sollten Sie daran Interesse haben, achten Sie auf die regulären Veröffentlichungen des Fortbildungsangebotes an der Landesakademie sowie auf die vom jeweiligen Oberschulamt angebotenen Tagungen. Sie können sich aber auch direkt mit uns in Verbindung setzen (s. Hinweise auf der Homepage).

Bitte beachten Sie, dass alle Arbeitsaufträge und didaktischen Konzepte dazu auf der Begleit-CD im Word-Format zu finden sind. Sie werden dort allerdings auch eine Sammlung von Aufträgen im pdf- oder Latex-Format entdecken. Letztere Dokumente stammen von Helmut Neunhöffer, dessen Aufträge sich an einigen Stellen deutlich von denen der restlichen Arbeitsgruppe unterscheiden und uns als sehr wertvolles, zusätzliches Gut erschienen.

Bitte lesen Sie auch die Bedingungen für die „*Offene Schullizenz*" durch, die für alle unsere Materialien in diesem Heft und der Begleit-CD gültig ist (s. nächste Seite). Wir erhoffen uns damit bessere Möglichkeiten für die Entwicklung von neuen Unterrichtsmaterialien, die dann vielleicht mehr Kolleginnen und Kollegen erreichen als dies bisher der Fall ist.

©$^{\text{OSL}}$ - Offene Schullizenz

Unterrichtsmaterialien sollten *von Lehrern für Lehrer* hergestellt werden. Dabei ist wichtig, dass auch *vorläufige* Fassungen weitergegeben werden, so dass sie von Kollegen weiter verbessert werden können.

Gegenwärtig geben viele Kollegen ihre Materialien vor allem aus zwei Gründen nicht weiter: Sie wollen nichts Vorläufiges publizieren, aber sie wollen auch nicht, dass ihre Ideen und Vorarbeiten von anderen angeeignet und publiziert werden, so dass sie am Ende ihr geistiges Eigentum nicht mehr kopieren und verwenden dürfen.

Alle unsere Unterrichtsmaterialien sind mit dem Copyright der „Offenen Schullizenz" (Abkürzung: OSL) gekennzeichnet. Es handelt sich dabei um einen Vorschlag unserer Arbeitsgruppe, die Ihnen als Nutzer und Anwender unserer Materialien mehr Freiräume zugestehen will als dies mit einem normalen Copyright der Fall wäre. Wir weichen also die strengen Regelungen des Copyrights etwas auf, um unsere Anliegen als Lehrkräfte in den Schulen besser handhaben zu können. Die „offene Schullizenz" ist der GNU Public License für Software nachempfunden. Natürlich ist dies nur eine erste Vorschlagsfassung, die der Verbesserung und der juristischen Absicherung bedarf.

Inhalt der OSL

Unterrichtsmaterialien, die unter der OSL publiziert oder weitergegeben werden, stehen weiter unter dem Copyright des Autors oder der Autoren.

Die OSL erlaubt aber das Kopieren, Verändern und Weitergeben der Unterrichtsmaterialien, auf die sie sich bezieht, sofern gewisse Bedingungen eingehalten werden:

- Weitergabe des Original-Materials oder von veränderten Fassungen ist *nur dann* erlaubt, wenn „©$^{\text{OSL}}$ Autor" darauf steht.
- Kopien *für Schüler* dürfen ohne ausdrückliche Copyright-Hinweise gemacht werden.

Art der Anwendung

Damit Material „sichtbar“ unter der OSL steht, müssen deutliche Hinweise vorhanden sein, und die vorliegenden Notizen zur OSL müssen für den Leser zugänglich sein. Dies kann, je nach Art der Weitergabe, auf verschiedene Weisen geschehen:

- Bei Weitergabe auf elektronischem Datenträger muss ein Hinweis im Text stehen, die OSL muss auf dem Datenträger enthalten sein, und ein Fundort im Internet muss angegeben sein.
- Bei gedruckter Publikation muss ein Hinweis sichtbar sein, und der Fundort der OSL im Internet muss angegeben sein.
- Bei privater Weitergabe von Kopien genügt ein Hinweis auf die OSL, d.h. es muss also „©^{OSL} Autor“ in der Kopf- oder Fußzeile des betreffenden Dokumentes zu finden sein.

Diese Bedingungen gelten für alle Materialien unserer Arbeitsgruppe, die Sie auf der Begleit-CD und in abgedruckter Fassung in diesem Leu-Heft finden.

1. Das Dialogische Prinzip nach Gallin und Ruf

1.1. Spannungsfeld Schule

Die beiden Schweizer Kollegen Peter Gallin und Urs Ruf beschreiben in ihrem zweibändigen Grundlagenwerk zum Dialogischen Lernen [Gallin und Ruf, 1998] viele der Widersprüche, innerhalb derer sich Schule gewöhnlich bewegt, darunter z.B.

- der Widerspruch, der in der *Doppelrolle der Lehrkraft* als „Arzt" und „Richter" begründet liegt,
- der Widerspruch, der in dem Gebot zum *selbstständigen Lernen* für den Schüler zum Ausdruck kommt,
- der Widerspruch zwischen intensiver und *individueller Auseinandersetzung mit Inhalten* auf der einen und der *Qualifikationsfunktion* von Schule auf der anderen Seite.

Wer als sensible Person in der Schule unterrichtet, wird jeden dieser drei Widersprüche auf die eine oder andere Art bereits mehrfach am eigenen Leib verspürt, aber möglicherweise noch nicht allzu viele Gelegenheiten der Auseinandersetzung damit bekommen haben. Daher lohnt ein näherer Blick auf diese drei Widersprüche, der im Folgenden gegeben werden soll.

In der traditionellen Lehrerrolle sind mindestens zwei Funktionen angelegt: Einerseits soll die Lehrkraft mit den diagnostischen Kompetenzen, die ihr zur Verfügung stehen, genauestens ermitteln, wie sie den ihr anvertrauten Schülerinnen und Schülern *helfen* kann, Inhalte zu verstehen und sich anzueignen. Damit dies gelingt, muss die Lehrkraft vorhandene Defizite auf Schülerseite präzise ermitteln und individuell abgestimmte Hilfen und Unterstützung geben. Gallin und Ruf verwenden für diese Funktion der Lehrkraft das Bild des „Arztes". Andererseits darf aber auch die *Kontroll- und Bewertungsfunktion* des Lehrers nicht vergessen werden. Der Lehrer soll – belegbar durch eine Ziffernnote – feststellen, wie groß der aktuelle Abstand jedes Schülers von einem durch Lehrpläne und Standards festgelegten Erwartungshorizont ist. Die daraus resultierende Note vermittelt dem einen gute Chancen auf dem Arbeitsmarkt, verwehrt dem anderen allerdings so manche Tür in seinem späteren Leben. Die Lehrkraft vergibt damit Entwicklungschancen für die jungen Menschen. Diese Funktion des Lehrers vergleichen Gallin und Ruf mit dem „Richter". Im Unterricht steht der Lehrer für diese beiden Funktionen gleichermaßen ein, was zu vielen Irritationen führen kann:

> „Die Lehrperson nähert sich in der wohlmeinend helfenden Absicht eines Arztes, während der Lernende sich dem Richter gegenübergestellt wähnt. Er wird versuchen, seine Hilfsbedürftigkeit zu verschleiern und sich in ein möglichst gutes Licht zu rücken. Je besser es ihm gelingt, die Lehrperson durch eine Fassade zu täuschen, desto sicherer bekommt er die falsche Medizin verschrieben. Was ihm vor dem Richter nützt, gereicht ihm gegenüber dem Arzt zum Nachteil." [Gallin und Ruf, 1998]

Eine Lösung dieses Spannungsfeldes sucht das Dialogische Prinzip darin, bewusst Lernsituationen herzustellen, in denen den Schülern klar ist, dass sie im Moment *nicht* aus der Defizitperspektive betrachtet werden, sondern es um *ihre ureigensten Fragen*, *Anliegen* und vor allem *Standpunkte* geht, die sie offen – und ohne Sanktionen befürchten zu müssen – äußern dürfen. Diese Phasen müssen *deutlich* von den Phasen getrennt werden, in denen es um die eigene Qualifikation geht, in denen also ihr Abstand vom Erwartungshorizont gemessen werden soll. Dies geschieht durch die Einführung der Tagebuchmethode und der zugehörigen Art der Rückmeldung.

En vogue sind gegenwärtig Lern- und Unterrichtsformen, die die Schlüsselqualifikationen der Schülerinnen und Schüler fordern und weiter ausprägen sollen, darunter die Fähigkeit zu *Selbstständigkeiten*. Da jedoch weiterhin die Lehrkraft die für den Lernprozess und vor allem dessen äußere Organisation verantwortliche Person ist und bleibt, stellt sich die Frage nach den Grenzen der Selbstständigkeit der Lernenden. Wie kann der Hauptverantwortliche die Verantwortung delegieren? Der Widerspruch liegt hierbei in dem nicht erfüllbaren Imperativ „Sei selbstständig!“. Denn entweder unterwirft sich der Lernende dem Imperativ und zeigt sich damit in seiner Anstrengung um mehr Selbstständigkeit nicht wirklich selbstständig oder er tut dies nicht – dann ist er erst recht nicht selbstständig. Auch dies überfordert viele Kinder und belastet die Schüler-Lehrer-Beziehung.

Als wichtigstes Spannungsfeld gilt Gallin und Ruf jedoch der Widerspruch zwischen dem scheinbar objektiven Anspruch der Inhalte und der menschlichen Individualität:

> „Ohne persönliche Auseinandersetzung, ohne inneres Engagement, kommt es in keinem Fach zu einem wirklichen Verständnis. Wer mehr im Sinn hat als antrainiertes Können und reproduzierbare Fakten, darf seine Person nicht ausklammern. Lernen ist immer auch Begegnung: ein Mensch baut eine persönliche Beziehung zu einem Fachgebiet auf. Das ist in der Schule nicht so leicht möglich. Stoff ist ja immer auch Prüfungsstoff.“
>
> [Gallin und Ruf, 1998]

Pädagogisches Handeln erfordert demnach das *Ermöglichen von Situationen der Begegnung zwischen Menschen und Inhalten*. Dies wird durch die Arbeitsaufträge und die Phasen der individuellen Auseinandersetzung im Lernjournal ermöglicht.

Der eigentliche Dialog erfolgt also auf zwei Ebenen: Ein Dialog zwischen Menschen und Inhalten auf der einen Seite und ein Dialog zwischen Menschen über diese Inhalte auf der anderen Seite. Das Schreiben im Reise- oder Lernjournal (s. S.7) ermöglicht beide Formen des Dialoges: Einerseits sucht der Schreibende zunächst seinen eigenen Standpunkt zum Thema, andererseits öffnet er sich dem Dialog mit anderen über die Sache, weil er sich mit seinen offenbarten Gedanken der Kritik stellt.

1.2. Die Kernidee des Dialogischen Unterrichtes mit Reisejournalen

Der unterrichtete Stoff, der sich zunächst fernab der Schülerwelt befindet, muss – wie bereits im vorangegangenen Abschnitt erläutert – mit ihr in Verbindung gebracht werden. Dabei unterscheiden Gallin und Ruf „zwei Welten, die isoliert nebeneinander stehen: Die singuläre Welt des Schülers, die im Privaten verankert ist, und die reguläre Welt des Wissens und Könnens, die durch den Lehrer und die Schulbücher [...] repräsentiert wird.“ [Gallin und Ruf, 1990]. Diese letztere „reguläre“ Welt ist uns als Akademikern natürlich vertraut – wir haben uns während unseres Studiums ausführlich mit den wissenschaftlichen Inhalten unserer Fächer beschäftigt. Die Grundfrage aller Didaktik muss daher folgendermaßen lauten: *Wie holen wir Außenstehende herein*, für die die Fachwissenschaft erst einmal fremd ist?

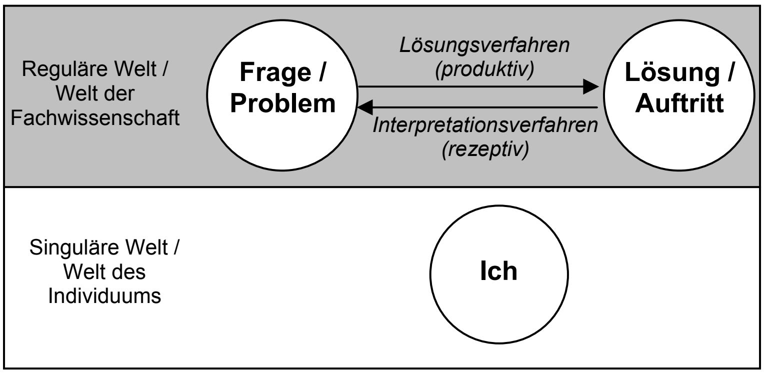


Abbildung 1 *(nach Gallin und Ruf): Die Experten bewegen sich souverän in der regulären Welt, da sie ein entsprechendes fachwissenschaftliches Studium hinter sich haben. Jemand, der sich in dieser Welt noch nicht auskennt, steht zunächst außerhalb in der singulären Welt.*
Grundfrage der Didaktik: Wie holen wir Außenstehende herein?

Um eine Brücke zwischen diesen beiden Welten zu schlagen, wird der Schüler in den „Phasen der individuellen Auseinandersetzung“ mit den Inhalten immer wieder ermutigt, das Reguläre dem Singulären hintanzustellen. Der Schüler erhält die Möglichkeit, jedes Thema von seinem Blickwinkel aus zu beleuchten, um so einen eigenen Standpunkt zu entwickeln und mittelfristig auch einen individuellen Zugang zur Sache zu finden. Der singulären Phase folgt die divergierende Phase, in der sich der Schüler mit seinen Mitschülern und der Lehrkraft austauscht und so sein Vorgehen vergleichen und auch verändern kann. Der nächste Schritt ist dann zwangsläufig die Frage nach der regulären Lösung, die für ihn nunmehr kein Buch mit sieben Siegeln darstellt, da er sich schon lange genug auf seine singuläre, individuelle Weise mit dem Thema auseinandergesetzt hat.

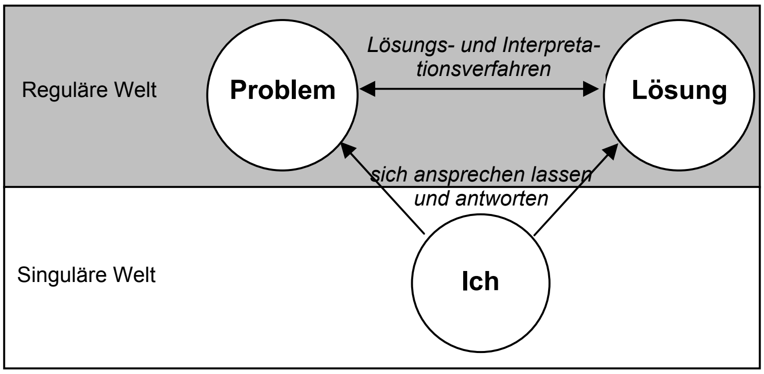


Abbildung 2 *(nach Gallin und Ruf):Einen eigenen Standpunkt finden im Dialog mit der Sache*

Eine ausgezeichnete Möglichkeit, um sich etwas Neues anzueignen, ist der Dialog. Der Schüler befindet sich während der ganzen singulären Phase in einem mündlichen und schriftlichen

Dialog mit sich selbst, den Mitschülern und vor allem dem Lehrer. Eine zentrale Rolle fällt dabei dem Reisejournal zu.

Das Reisejournal

Das Reisejournal (auch Tagebuch oder Lernjournal genannt) dokumentiert die Spuren des individuellen Forschens. Der Lernende schreibt seine Gedanken auf und kommentiert die jeweiligen Schritte – Rechenweg, Lösungsversuch, Beweisidee oder Fehler –, die er unternimmt. Die schriftliche Sprache spielt dabei eine große Rolle:

> „Beim Schreiben verlangsamen und klären sich die Gefühle und Gedanken, nehmen Gestalt an und fordern zur Stellungnahme heraus. Wer schreibt übernimmt in besonderer Weise Verantwortung für seine Position öffnet sich der Kritik.“ [Gallin und Ruf, 1998]

Durch die Transformation der mathematischen Fragestellung und ihrer Lösung in die Sprache des Lernenden wird eine Verbindung mit dem Ich erzeugt, die dem verständnislosen Anwenden von Formeln entgegenwirken soll.

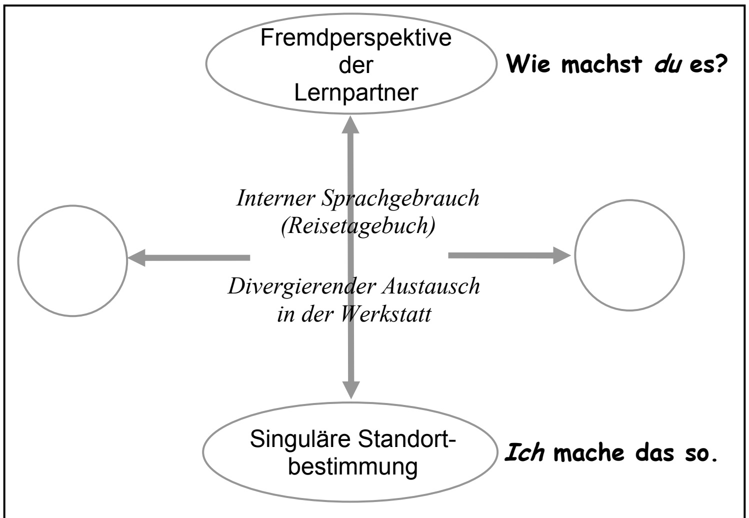


Abbildung 3 (nach Gallin und Ruf): Das Arbeiten im Reisejournal und die Begegnung mit der Fremdperspektive finden auf der singulären Achse des Lernprozesses statt

Ein kreatives Herangehen an die mathematischen Probleme wird von den Schülern gefordert, indem sie verschiedene Wege erproben sollen. Ein Unterschied zu einer herkömmlichen Aufgabenstellung ist die „andere Herangehensweise der Schüler an solche Arbeitsaufträge: Hier sind unkonventionelles Ausprobieren und „Fehler machen“ nicht verboten, sondern absolut erwünscht [Hettrich, 2000]. Dies findet insbesondere auch seine Umsetzung darin, dass sich die Bewertungsmaßstäbe, mit denen die Tagebuchaufschriebe gemessen werden, von der üblichen Defizitperspektive deutlich unterscheiden (s. Abschnitt über Rückmeldung und Bewertung). Die Sprache, in der sich die Schülerinnen und Schüler im Lerntagebuch äußern, wird nicht an den streng formalen Kriterien der Richtigkeit gemessen, sondern entspricht dem Anlass: Es ist die singuläre Sprache des Lernenden. Die Arbeit im Reisejournal entspricht der Arbeit in einer Werkstatt: Manches ist unfertig und fehlerhaft, aber es lagert auch so mancher Schatz unter den Werkstücken!

Die Schülertexte helfen dem Lehrer, die individuellen Denkweisen des Schülers aufzuspüren und so eine gezielte Beratung und später auch eine Beurteilung anzustreben. Hier wird auch transparent, mit welcher Intensität sich ein Schüler mit einer Sache auseinandergesetzt hat. Durch die Möglichkeit, Vorstöße in Richtungen, die ursprünglich nicht beabsichtigt waren, zu honorieren, werden Schüler zum selbständigen Forschen ermutigt und trauen sich so auch einmal in der Mathematik über den Tellerrand hinauszublicken.

Der Einsatz der Tagebuchmethode verfolgt also mehrere Ziele:

- Wer etwas niederschreiben muss, ist gezwungen, eine Sprache für das vorliegende Problem zu finden und inhaltlich zu argumentieren.
- Damit ist eine deutlich vertieftere Beschäftigung mit der Sache als etwa in einem rein mündlichen Unterrichtsgespräch gegeben.
- Das Tagebuch hilft den Kindern dabei, ihre eigenen Gedanken besser zu strukturieren.
- Emotionale Lernbarrieren werden signifikant abgebaut. Damit wird die grundsätzlich ablehnende Haltung vieler Menschen gegenüber der Mathematik schon im Ansatz überwunden, denn jeder darf „ungestraft" den individuellen Abstand zur Sache dokumentieren.
- Der selbst gefundene und dokumentierte Standpunkt ermöglicht den Dialog mit anderen Standpunkten.
- Für die Lehrkraft besitzen die Schülertexte einen ganz besonderen Wert: Wo sonst ist es ihr möglich, einen so fundierten Blick in die Gedankenwelt der eigenen Schüler zu werfen wie hier?

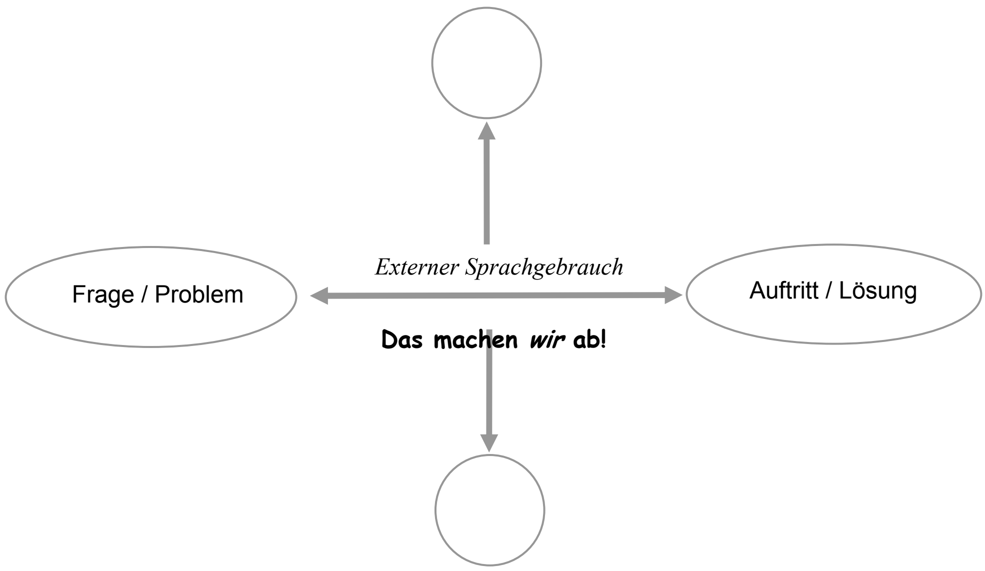
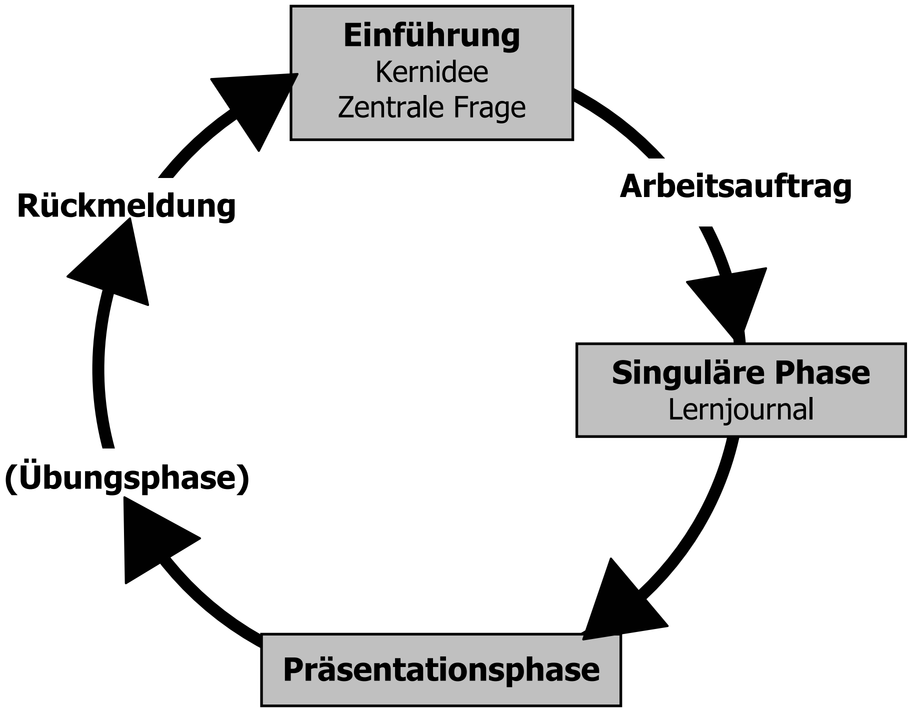


Abbildung 4 (nach Gallin und Ruf): Nach der singulären Phase folgt der Wechsel in die reguläre Achse. Nun finden (wissenschaftliche) Einigungsprozesse bezüglich Sprache und Vorgehensweise statt.

Nach Beendigung der Arbeit im Lernjournal werden alle wesentlichen Aspekte des Themas im Plenum besprochen (s. „Vom Kreislauf des Lernens", S.9).

1.3. Vom Kreislauf des Lernens

Die Unterrichtseinheit wird von Gallin und Ruf in mehrere Stationen eines Kreislaufes eingeteilt, die wir aus dem Blickwinkel unseres Mathematikunterrichtes so gedeutet haben:



Der erste Abschnitt enthält eine **Einführung** in das neue Thema von Seiten des Lehrers, wobei die *Kernidee* entwickelt und die zentrale Frage vorgestellt wird. Diese Einführung hat vor allem die Aufgabe, die Schüler für das neue Thema zu motivieren und soll auf die singuläre Erfahrungswelt der Schüler eingehen. Sie kann in Erzählform dargeboten werden, sollte einen vagen Umriss des Stoffgebiets geben und die Schüler zum Forschen ermutigen. Dies verlangt von der Lehrperson ein hohes Maß an Kreativität und Phantasie und erweist sich deshalb häufig als besonders schwierig. Einige Möglichkeiten zum Einstieg in einen neuen Themenabschnitt können Sie den Ausführungen im Materialienteil (s. Begleit-CD) entnehmen.

Ein Beispiel aus unserer Materialiensammlung sei der Verdeutlichung wegen allerdings bereits an dieser Stelle vorgestellt: Zur Einführung unbekannter Stellenwertsysteme wird in diesem Fall das Binärsystem verwendet. Als vorbereitende Hausaufgabe erhielten die Kinder schon in der vorangegangenen Stunde den Auftrag, zu Hause einmal einen Zähler (Kilometerzähler im Auto, Strom- oder Wasserzähler im Haushalt ...) genau zu beobachten und im Lernjournal zu beschreiben, wie auf diesem Zähler verschiedene Zahlen durchlaufen werden. Ein Rollenspiel zum Dezimalsystem ging dieser Stunde ebenfalls voraus. Des Weiteren haben alle Kinder einen eigenen Binärzähler aus der Kopiervorlage (s. Begleit-CD) gebastelt und ihn in der Stunde, in der der Auftrag verteilt wird, dabei.

Arbeitsauftrag

Computer rechnen anders

Unser Dezimalsystem ist ein Stellenwertsystem, mit dem wir uns täglich beschäftigen und das uns daher sehr vertraut ist. Doch Computer müssen sich mit einer anderen Darstellungsweise begnügen: Sie kennen im Wesentlichen nur die zwei Ziffern „0“ und „1“. Das entspricht kleinen Lämpchen, die entweder „an“ („1“) oder „aus“ („0“) sind. Man könnte auch sagen „+“ und „-“ . Diese kleinste Schalteinheit eines Computers nennt man ein *Bit*.
Zum Schreiben und Drucken ist das sehr unbequem, vor allem für den Leser. Zahlen werden unheimlich lang und unübersichtlich.
Deshalb verwendet man im Computer noch ein anderes System, das auf der Grundzahl 16 beruht, so wie unser Dezimalsystem auf der Grundzahl 10 beruht. Da braucht man 6 weitere Ziffern!
Wenn man wissen will, wie der Computer im 16er-System rechnet, muss man zunächst verstehen, wie man im 2er-System zählt, mindestens bis 16.

Zentrale Frage: Wie funktioniert das 2er-System?

Der Einführungsphase folgt dann die **Phase der individuellen Begegnung**, in deren Zentrum das von Gallin und Ruf bezeichnete Reisejournal (auch Lernjournal, mathematisches Tagebuch genannt) steht. In diesem unkonventionellen Schülerheft bearbeiten die Schüler selbständig die mathematische Fragestellung und notieren sich nicht nur die einzelnen Rechenschritte, sondern – und das ist das Besondere des Dialogischen Unterrichts – sie kommentieren auch jeden ihrer Gedanken in Form kurzer Texte. „Kommentieren“ bedeutet dabei eine Beschreibung und auch eine Bewertung der Vorgehensweise.

> „Die Sprache hat in all diesen Fällen die Aufgabe, den Prozeß des Verstehens zu aktivieren und die gewonnenen Einsichten zu festigen. Auf diese Weise nimmt mit der Sachkompetenz auch die Sprachkompetenz zu.“ [Gallin, Ruf und Sitta, 1995]

Die Schüler erhalten nach der Vorstellung der Kernidee stets einen Arbeitsauftrag, der in ansteigendem Abstraktionsgrad Impulsfragen zur Thematik bereithält. Die ersten Fragen bzw. Impulse sollten in einem Auftrag so konzipiert sein, dass jedes Kind etwas damit anfangen kann und sich möglichst zum Arbeiten motiviert fühlt. Das kann auch durch einen sehr handlungsorientierten Impuls geschehen (etwas aus Draht basteln, etwas falten, etwas zeichnen ...). Darauf aufbauend sollten sich die weiteren Impulse im Auftrag anschließen – bis hin zu ersten Beweisskizzen. Das Ziel der Auftragsbearbeitung ist die Beantwortung der „zentralen Frage“, der übergeordneten Fragestellung bzw. dem roten Faden durch die einzelnen untergeordneten Fragestellungen (daraus ergibt sich auch der relativ strikte formale Aufbau unserer Aufträge auf der Begleit-CD).

Der Beispielauftrag zum Binärsystem geht in diesem Sinne folgendermaßen weiter:

Zentrale Frage: Wie funktioniert das 2er-System?

1. Beschreibe nun noch einmal die wichtigen Stellen der Funktionsweise eines Kilometer-, Wasser- oder Stromzählers mit Zählrädchen. Erzähle auch, wie wir das 10er-System im Rollenspiel nachgestellt haben. Berichte vor allem, wie das Zählwerk z.B. von 829 auf 830 umspringt. Was passiert nach 899?
2. Bastle dir einen 2er-Zähler mit einer Papprolle und Zahlenstreifen (s. Zähler auf dem Pult). Beschreibe, wie ein Zählwerk funktioniert, bei dem auf jedem Rädchen nur zwei Ziffern stehen, etwa „0" und „1". Tu dabei so, als ob sich dieser seltsame Zähler genauso bewegt wie der Kilometerzähler in Aufgabe 1. Zähle damit mindestens bis zur Dezimalzahl 16 und notiere alle Zahlen, die auftreten.
3. Welche Zahl ist im Dezimalsystem $(10)_2$? Welche ist $(11)_2$? Wie viel sind im Zehnersystem folgende Zahlen wert: $(100)_2$; $(101)_2$? Um wie viel unterscheiden sich die Zahlen im 10er-System? Probiere es mit $(100)_2$ und $(110)_2$, und danach mit $(1101)_2$ und $(1111)_2$. Um wie viel unterscheiden sich die Zahlen jetzt? Wie steht es mit $(1000)_2$ und $(1100)_2$? Oder mit $(1001)_2$ und $(1101)_2$? Achte auf die Unterschiede in den Ziffern: Verstehst du das?

Rampe:
Kannst du etwas über Stellenwerte im 2er-System herauskriegen?

Während die erste Impulsfrage nochmals das Bekannte aufgreift und damit für alle Schülerinnen und Schüler ohne Schwierigkeiten zu bearbeiten ist, wird durch die zweite Impulsfrage ein Analogieübertrag angeregt: Wenn ein Dezimalzähler so funktioniert, dann sollte auch der Binärzähler ähnlich arbeiten! Erfahrungsgemäß zeigt sich an dieser Stelle eine gewisse Mutlosigkeit der Kinder – darf man wirklich mit dem Unbekannten so arbeiten wie mit dem Bekannten, wenn man noch nicht weiß, was das zu bedeuten hat? Beobachtet man ein solches Verhalten bei den Schülerinnen und Schülern, heißt es, die Kinder zu ermutigen, ihren Ideen ohne Zögern zu folgen. Die dritte Frage führt über das bloße Zählen im Binärsystem hinaus. Ein genaueres Hinsehen auf die Binärzahlen kann Regelmäßigkeiten offenbaren. Eine „Rampe" schließt idealerweise einen Auftrag ab. Dies sollte eine Aufgabe sein, die Freiwillige zum Weiterdenken auffordert. Wer sich von den Impulsen im (Pflicht-) Auftrag unterfordert fühlt, kann sich bei der Rampe austoben.

Die Rolle des Lehrers beschränkt sich in dieser Phase auf die individuelle Beratung und vor allem auf die Ermutigung und Motivation des Einzelnen, wobei man vorsichtig vermeiden muss, zuviel zu verraten oder die Schüler zu sehr auf den konventionellen Weg zu führen.

Wichtig ist in dieser Phase, dass den Schülerinnen und Schülern deutlich wird, dass sie möglichst *alles* notieren, was ihnen zur Thematik in den Sinn kommt. Anfangs selektieren die

Schüler erfahrungsgemäß noch stark nach vermeintlicher „Richtigkeit“, weil sie der neuen Offenheit noch nicht trauen. Erst die konkrete Besprechung einzelner Schüleraufschriebe im Unterricht – vor allem das Hervorheben der positiven Ansätze einer Tagebuchnotiz – ermöglichen allmählich mehr Zutrauen in die eigenen Gedanken. Kurze Gespräche zwischen Schülern und Lehrkraft während der Bearbeitung des Auftrages sollten immer darauf abzielen, zu offenem und ganzheitlichem Schreiben zu ermuntern. Hilfreich sind in diesem Zusammenhang auch spontan im Unterricht am Heftrand notierte Fragen oder Impulse, die die Schüler dann vorrangig zu bearbeiten haben.

Bereits in dem ersten LEU-Heft zum Dialogischen Unterricht wurde die Problematik der „Fundamentalfragen“ von Schülern erörtert:

> Vorsichtig muss man im Unterricht meist auch bei zu *globalen* bzw. *existenziellen* Schülerfragen sein, wie etwa „Was soll ich denn jetzt machen?“, „Können Sie mir das alles mal erklären?“ oder „Ist das richtig so?“. Vor allem am Anfang der Umstellung auf den dialogorientierten Mathematikunterricht fühlen sich viele Schüler orientierungslos und ein wenig allein gelassen. Das ist auch verständlich, wenn sie jahrelang Unterrichtsinhalte auf dem „Silberlöffel“ präsentiert bekamen und nie gelernt haben, wie man selbstständig an freiere Aufgabenstellungen heran geht. Erfahrungsgemäß hilft es hier, den Schülerinnen und Schülern einerseits Mut zuzusprechen, sie immer wieder auf den Sinn dieser anderen Unterrichtsform hinzuweisen, kleine (!) Hinweise zu geben und zu besprechen, wie man sinnvoll mathematische Notizen anfertigen kann (s. Materialienteil „Wie fertigt man sinnvolle und gut lesbare Aufschriebe an?“). In meiner 9. Klasse habe ich solche nicht konkreten Fragen wie die oben genannten speziell thematisiert und im Anschluss daran „verboten“ [Hettrich, 2000].

Als hilfreich hat es sich in diesem Zusammenhang auch erwiesen, immer wieder einzelne Beispiele von Lernjournalen auf Folie kopiert in den Unterricht mitzubringen und deren spezifische Stärken zu diskutieren. Die Kinder werden über das fremde oder sogar eigene Beispiel, das besprochen wird, deutlich mutiger. Ein solches Vorgehen schult zudem das freie Schreiben und das bessere Strukturieren der eigenen Notizen.

Den nächsten Abschnitt bildet eine sogenannte **Präsentationsphase**, in welcher der erarbeitete Stoff im besten Fall von Schülern, anderenfalls von der Lehrperson zusammengefasst vorgetragen wird. Nach der intensiven Erarbeitungsphase kann diese Phase recht kurz gehalten werden, da kein großer Motivationsaufwand betrieben werden muss. Die meisten Schüler *wollen* zu diesem Zeitpunkt einfach die „richtige“ Lösung wissen bzw. ihre Lösung verifiziert bekommen.

Präsentationstechniken können natürlich nicht vorausgesetzt werden, sondern müssen mit der Klasse eingeübt werden, um diese Präsentation auch bewerten zu können. Besonders an dieser Stelle ist eine Zusammenarbeit mit dem Fach Deutsch erwünscht. Dem Deutschlehrer sollte idealerweise die stilistisch-formale Betreuung und ein Teil der Präsentationsbewertung obliegen. Allerdings ist eine solche Kooperation keinesfalls Grundvoraussetzung für solche Präsentationsrunden im Unterricht – man kann auch als Mathematiklehrer Präsentationstechniken und Beurteilungskriterien mit der Klasse erarbeiten. Diese Kriterien müssen dabei aber unbedingt für die Schüler transparent gemacht bzw. mit ihnen gemeinsam aufgestellt werden. Eine Schülerpräsentation sollte selbst bei inhaltlichen Fehlern absolut ohne Unterbrechung ablaufen. Fehler und Probleme können und müssen dann im Anschluss diskutiert werden, vor allem wenn die Aufmerksamkeit der Klasse während der Präsentationen durch adäquate Beobachtungsaufträge sichergestellt wurde. Hinweise zur Erarbeitung der Präsentationskompetenz bei Schülern im Dialogischen Unterricht können Sie dem Methodencurriculum, welches im nächsten Kapitel abgedruckt ist, entnehmen.

Den eigentlichen, im Vergleich zur vorangegangenen produktiven Phase, rezeptiven Abschluss einer Unterrichtseinheit bildet die **Rückmeldung** des Lehrers an den Schüler bezüglich seines Arbeitsauftrages, die im optimalen Fall auf eine neue Kernidee hinweisen kann. Genaueres zu Form und Inhalt solcher Rückmeldungen können Sie dem Abschnitt über Rückmeldung und Bewertung entnehmen.

Die im konventionellen Unterricht deutlich stärker betonte Übungsphase tritt im Dialogischen Unterricht in den Hintergrund. Wenn geübt wird, dann oft wieder anhand neuer Aufträge oder nur sehr wenigen Aufgaben aus dem eingeführten Lehrbuch. Ich zitiere dazu eine weitere Passage aus dem ersten LEU-Heft zum Dialogischen Mathematikunterricht:

> „Über die übliche vierte Phase, die ***Übungsphase***, gibt es Überraschendes zu berichten: Sie kann in der Regel völlig entfallen!
> Dies hat mehrere Gründe:
>
> - Erstens wollen wir mit dieser Methode ja gerade das „Schema F-Reagieren“ ausmerzen und durch „intelligentes“ - weil bewegliches - Wissen ersetzen. Würde sich nun eine Übungsphase anschließen, so würden wieder nur die „Fingernerven“ trainiert und nicht der Verstand.
> - Zweitens ist die Übung meistens gar nicht nötig, da die intensive vorherige Beschäftigung mit der Sache dies überflüssig macht. Der Same der Präsentationsphase, eigentlich also einer Phase der „Belehrung“, fällt bereits auf einen „gepflügten Boden“.
> - Drittens wird bereits im nächsten Arbeitsauftrag an das neu erworbene Wissen angeknüpft, d.h. es findet seine Anwendung und damit Einübung beim Lösen eines neuen Problems [Köhler, 1999a].
> - Viertens torpediert eine intensive Übungsphase die zuvor gewesene Erarbeitungsphase: Die Schülerinnen und Schüler könnten auf die Idee kommen, sich bei der Erstellung der Reisejournale doch keine so große Mühe geben zu müssen, weil nachher ja doch alles nochmals ausführlich „durchgekaut“ wird!
>
> Vielen Kollegen fällt es schwer, auf die Übungsphasen zu verzichten, weil ihnen ihre Erfahrung sagt, dass, was nicht geübt, auch nicht gekonnt wird. Ihnen kann ich nur raten: Lassen Sie es auf einen Versuch ankommen!
> Es wird auch oft argumentiert, dass sich schwächere Schüler mit einer solchen Vorgehensweise besonders fachlich „abgehängt“ fühlen werden. Doch denke ich, man sollte

> sich hier wieder die eigentlichen Ziele des Unterrichts in Erinnerung rufen: Wir wollen kein schematisch auswendig gelerntes und wiedergekäutes Wissen, sondern einen globalen Überblick erreichen. Sicher werden die „schlechten" Schüler mit dieser Arbeitsform nicht urplötzlich sensationell gute Ergebnisse in Klassenarbeiten erzielen, aber sie werden mit der Mathematik in ihrer Gedanken- und Gefühlswelt friedlicher umgehen können, weil sie den tieferen Sinnzusammenhang besser nachvollziehen können!
> Ich möchte mir jedoch keine „ideologischen Scheuklappen" anlegen lassen und setze selbstverständlich in bestimmten Fällen, in denen es dringend angebracht erscheint, auch einmal eine Übungsphase an!" [Hettrich, 2000]

Zur **Vorbereitung von Klassenarbeiten** werden den Schülerinnen und Schülern regelmäßig Fragenkataloge ausgeteilt, die alle zentralen Fragestellungen der vorangegangenen Unterrichtseinheit umfassen. Zu jeder der aufgelisteten Fragen sollen die Kinder dann schriftlich eine Musterantwort entwerfen und die Aufträge und Übungen rund um diese Frage rekapitulieren, bis sie sich sicher in der Thematik fühlen. Beginnt man diese Art der Unterstützung der Vorbereitung auf Klassenarbeiten schon in Klasse 5, dann wird sie erfahrungsgemäß auch umgesetzt und hilft den Kindern dabei, ihre Fähigkeiten realistischer als zuvor einzuschätzen (Beispiele s. Materialien-CD). Möglichst rasch sollte den Schülerinnen und Schülern bei der Vorbereitung von Klassenarbeiten auch das Mind-Mapping erläutert werden, mit dem Themengebiete in einer individuellen Art visualisiert und dabei bewusst strukturiert werden.

Fast wichtiger noch als die Frage nach der Vorbereitung auf eine Klassenarbeit scheint uns der Aspekt der **Nachbereitung von Klassenarbeiten**. Angeregt durch Impulse des Tuttlinger Kollegen Ulrich Wagner, die teilweise auch im LEU-Heft M48 [Buck et al., 2000] veröffentlicht wurden, haben wir viele verschiedene Wege beschritten, die traditionelle Verbesserung einer zurückgegebenen Klassenarbeit zu öffnen. Als sinnvoll haben sich folgende Methoden erwiesen:

„Ortwin Schwachmathicus": Ein fingierter Schüler der Klasse vereint in seiner Bearbeitung der Klassenarbeit die wesentlichen, von Schülern der Klasse gemachten Fehler – dies wird auf einem gesonderten Blatt von der Lehrkraft vorbereitet und den Schülern ausgegeben. „Ortwin's" Fehler sind zwar angestrichen, die Schüler werden jedoch aufgefordert, dem verständnislosen Ortwin in einem Brief zu erklären, was er falsch gemacht hat. Diese Methode eignet sich gut, um bestimmte Fehler richtig zu stellen und die richtigen Kernideen zu verinnerlichen. Allerdings bedeutet es für Lehrkraft wie Schüler gleichermaßen sehr viel Zusatzarbeit – nicht zuletzt, weil die Kinder nach getaner Arbeit verständlicherweise auch eine Rückmeldung von der Lehrkraft haben möchten bzw. diese dringend benötigen!

Weniger Aufwand für die Lehrkraft bedeutet der *pauschale Auftrag* „Suche in deiner Klassenarbeit alle deine Fehler, überlege, wie es zu diesen Fehlern kam und wie die Aufgaben richtig zu bearbeiten wären". Auch hierzu fertigen die Schüler einen längeren Aufschrieb in ihrem Klassenarbeitsheft an. Eine kürzere Fassung dieser Idee sind Fragen der Art „Was ist dein ärgerlichster Fehler? Wieso ist er so ärgerlich? Was willst du tun, um solch einen Fehler in Zukunft zu vermeiden?“

Am wenigsten Arbeit kommt auf alle Beteiligten zu, wenn man die Schülerinnen und Schüler eine *Fehlerstatistik* führen lässt. Es gibt hierbei viele modifizierte Formen (mit und ohne Erläuterungen zu den Fehlern von Schülerseite), einen Beispielbogen finden Sie auf den folgenden Seiten.

Vorbereitung auf die erste Klassenarbeit in Klasse 5

Behandelte Themen (= Themen in der Klassenarbeit)

- Die natürlichen Zahlen
- Darstellung von Zahlen (Bündeln)
- Schätzen großer Anzahlen (Rastern)
- Stabdiagramme, Bilddiagramme
- Runden
- Anordnung auf dem Zahlenstrahl
- Zahlenfolgen
- Stellenwertsysteme, darunter Dezimalsystem, Binärsystem, 5er-System, 16er-System

Um welche Leitfragen ging es im Unterricht bzw. geht es im Lernjournal?

1. Welche Zahlen sind die **natürlichen Zahlen**? Welches **Symbol** verwendet man für die natürlichen Zahlen?
2. Wie kann man Zahlen besonders geschickt **darstellen**?
3. Wie kann man **große Anzahlen schätzen**?
4. Was ist ein **Stabdiagramm** und wie zeichnet man es?
5. Was ist ein **Bilddiagramm** und wie zeichnet man es?
6. Wie **rundet** man richtig?
7. Wann sagt man, dass eine Zahl größer ist als eine andere?
8. Wann sagt man, dass eine Zahl kleiner ist als eine andere?
9. Nenne die ersten 4 Glieder einer berechenbaren **Zahlenfolge**. Wie ermittelt man weitere Glieder einer Zahlenfolge? Wie könnte man auf das 100. Glied der Folge 6; 10; 14; 18; ... kommen?
10. Nenne alle Ziffern des **Dezimalsystems**. Wie funktioniert das 10er-System?
11. Wie viele Ziffern hat das **Binärsystem**? Wie funktioniert es?
12. Wie funktioniert das **5er-System**?
13. Wie funktioniert das **16er-System**?
14. Wie rechnet man eine Zahl vom 10er-System ins Binärsystem um? Wie funktioniert es umgekehrt?
15. Was passiert im 10er-System, im 2er-System oder im 5er-System, wenn man an einer Zahl eine oder mehrere **Nullen hinten anhängt**?

Formuliere für dich als Vorbereitung für die Klassenarbeit Musterantworten für jede Frage und löse mindestens drei selbst gewählte Aufgaben zu jeder Frage, bei der das sinnvoll ist.

So könnte z.B. eine Musterlösung für einige der obigen Fragen aussehen:

1. Die natürlichen Zahlen sind die Zahlen 1; 2; 3; 4; ... u.s.w. Sie bekommen in der Mathematik das Zeichen $\mathbb{N}$. (Die 0 ist keine natürliche Zahl. Wenn man die Null *und* die natürlichen Zahlen meint, schreibt man $\mathbb{N}^*$.)

2. Wenn man Zahlen in Bündel oder Haufen zusammenfasst, sind sie anschaulicher als völlig ungeordnet. Bsp.:| | | | | | ist nicht so anschaulich wie ~~||||~~ |
7. Eine Zahl ist dann größer als eine andere, wenn sie weiter rechts auf dem Zahlenstrahl angeordnet ist als die andere. Z.B. 3 > 1 oder 123 > 15.
11. Das 2er-System hat nur die beiden Ziffern 0 und 1.
    Man kann sich einen Zähler mit mehreren Rädchen mit den Ziffern 0 und 1 vorstellen, bei dem sich das rechte Rädchen beim Zählen dauernd dreht und bei dem das Rädchen eins links daneben genau dann auf 1 springt, wenn sich beim rechten Rädchen die 1 zur 0 weiterdreht usw.
    Man kann aber auch mit einer Stellenwerttafel arbeiten: Die Stelle ganz rechts ist 1 wert, die links daneben 2, die dritte von rechts 4, die vierte von rechts 8 usw. Man kann mit diesen Stellenwerten jede natürliche Zahl darstellen, z.B. so:

64	32	16	8	4	2	1	Dezimalzahl
		1	0	1	0	0	20
	1	1	0	1	1	1	55
1	0	0	1	1	0	0	76

Ortwins 2. Klassenarbeit in der 5. Klasse

Auftrag:
Ortwin Schwachmathicus hat wieder einmal viel zu viele Fehler in der letzten Klassenarbeit gemacht. Als er die schlechte Note von seiner Lehrerin zurückbekommt, versteht er leider überhaupt nicht, worin seine Fehler bestehen.

Schreibe Ortwin einen Brief, in dem du ihm ausführlich erklärst, wo und wie er falsch gedacht hat. Erkläre ihm auch, wie er die Aufgaben hätte richtig lösen können.

P.S.: Für den Fehlerbrief an Ortwin gibt es auch Häkchen! Du kannst also deine Gesamtnote in Mathe verbessern, wenn du den Brief ordentlich und ausführlich schreibst!

1.
Schillers Geburtstag: X.XI.MDCCLIX = 1738 f
Schillers Todestag: IX.V.MDCCCV = 1791 f
NR:

1000	979	1000	986
- 10	+ 700	- 5	+ 805
- 11	+ 59	- 9	1791
979	1738	986	

Schillers Lebensalter: 1791 – 1738 = 53. Er wurde 53 Jahre alt. f

2.
9t 32kg 100g = 9000kg + 3200g + 100g = 93300g f
12km 8dm = 12000m + 8dm = 12008dm f
1h 2min 7s = 60· 60s + 2· 60s + 7s = 3720s f
719m 3cm + 8m 2dm 1cm = 71900cm + 3cm + 8000cm + 200cm +1cm = 80104cm f
2kg 680g + 372g + 15kg = 17kg 1042g f
$\frac{2}{5}\,kg + 6\,kg + 2\frac{3}{4}\,kg + 850\;g$ = *8kg 960g f*
NR.:

		40g	2kg
15000g	680g	850g	+6kg
+2000g	+ 372g	+ 75g	8kg
17000g	1042g	960g	

4.
66t : 20t = 3 R6
60t
6t
A: Es sind 3 Rest 6 Waggons! f
und (c) weiß ich nicht!

5.

128	64	32	16	8	4	2
	1	1	1	1	1	0

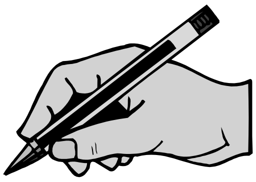
Die Zahl geht gar nicht!!!

128	64	32	16	8	4	2	1	Dezimalz
		1	0	1	0	1	1	43
		1	1	0	1	0	1	53

Das Ergebnis ist 43 + 53 = 106. f

Aus Fehlern kann man lernen

Dieses Mal gibt es keine Klassenarbeit von Ortwin (wäre ja auch langweilig, immer dasselbe zu machen!).



Du sollst zur Verbesserung für Klassenarbeit Nr. 3 deine eigenen Fehler im Klassenarbeitsheft verbessern.

Dabei sollst du aber ähnlich vorgehen wie bei Ortwins Klassenarbeiten: Notiere schriftlich, was deine Fehler waren und was du dir merken möchtest, um diesen Fehler in Zukunft zu vermeiden. Du kannst dabei folgende Fragen zu jedem Fehler schriftlich beantworten:

1. Was hast du falsch gemacht?
2. Welcher (falsche) Gedanke hat dich zu diesem Fehler geführt?
3. Wie wäre es richtig?
4. Was möchtest du dir zu diesem Fehler für die Zukunft merken? Wie willst du den Fehler in Zukunft vermeiden?

Auch dieses Mal gibt es für diese Art der Verbesserung Häkchen[1]. Du kannst also, wenn du dir Mühe gibst und deine eigenen Fehler möglichst genau aufdeckst, deine Note verbessern.

[1] Die Häkchen-Bewertung wird ausführlich in Abschnitt 1.5 erläutert.

Umgang mit Fehlern in der Klassenarbeit

Bitte lies deine letzte Klassenarbeit noch einmal sorgfältig durch. Sieh dir vor allem deine ganz persönlichen Fehler an und entscheide, welche Art von Fehler vorliegt und was du dir für die Zukunft merken möchtest. Fülle dann die folgende Fehlertabelle aus (falsche Zeichnungen müssen auf einem Extra-Blatt nochmal wiederholt werden; alles, was auf dieses Blatt nicht mehr passt, auch):

Art des Fehlers	In welchen Aufgaben?	Was war falsch und wie ist es richtig?	Was möchtest du dir für die Zukunft merken?
falsch abgeschrieben			
Rechenfehler			
ungenau oder falsch gezeichnet			
Denkfehler			
andere Fehler (welche?)			
Was ich sofort noch mal lernen muss:			

Der Schuljahresbeginn

Zu Beginn des Schuljahres werden die Klassen mittels eines *Briefes*, der im Plenum verlesen und besprochen wird, auf die formalen Rahmenbedingungen dieses andersartigen Mathematikunterrichtes hingewiesen. Auf diese Art werden in vielen Fällen auch die *Eltern* der betreffenden Kinder erreicht, bevor der erste Elternabend stattfindet. Auf diesem Elternabend kann man dann auf das Schreiben Bezug nehmen. Sie finden einen solchen Brief auf den nachfolgenden zwei Seiten.

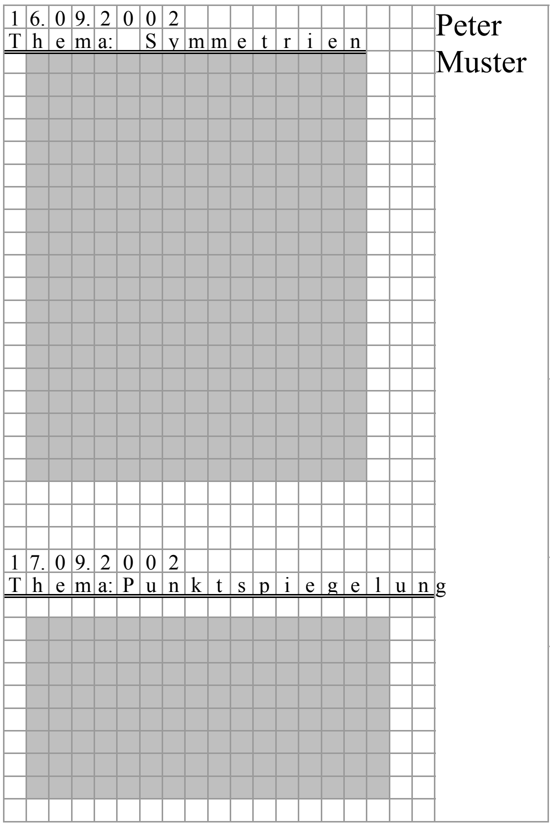
Die in diesem Brief genau erläuterte äußere Form des Lernjournals (Ordner mit eigens dafür vorbereiteten Blättern) kann auch variieren. Wir haben mit der Einführung eines Ordners in Klasse 5 sehr unterschiedliche Erfahrungen gemacht: Es gibt Schüler (meist Mädchen), für die ein Ordner kein großes Problem bedeutet und die gut damit zurecht kommen, es gibt aber auch immer wieder einzelne Schüler, für die das Ordnerkonzept eine echte Überforderung darstellt. In diesen Fällen werden Blätter oft nicht nummeriert, an der falschen Stelle eingeheftet und ein Überblick über die gesamten Materialien unmöglich gemacht. In solchen Fällen haben wir immer flexibel reagiert und die betreffenden Kinder gebeten, ein gebundenes Heft zu benutzen. Man kann auch von vorneherein mit zwei verschiedenen gebundenen Heften arbeiten: Ein Lernjournal, in dem nur die Aufträge bearbeitet werden, und ein Schulheft, in dem die Tafelanschriebe sowie alle Aufgabenstellungen aus dem eingeführten Lehrbuch aufnotiert werden. Zwei Hefte sind deshalb vonnöten, weil ja die Tagebuchnotizen in unregelmäßigen Abständen eingesammelt und kommentiert werden; wäre dies das einzige Heft der Schülerinnen und Schüler, so könnten sie evtl. ihre Hausaufgaben nicht ordnungsgemäß erledigen. Aber auch diese zweite Variante bedarf der Gewöhnung für die Schüler, die oft – trotz strikter Regelung – nicht genau wissen, welcher Aufschrieb nun in welches Heft gehört.

So arbeiten wir in Mathe, Klasse 6

1. Was wir machen und was ihr braucht

Im kommenden Schuljahr haben wir einiges vor in Mathe: Symmetrien, Dezimal- und Bruchzahlen, Winkel und Dreisatzaufgaben sind nur einige der Themen, die wir behandeln werden.

Wie im vergangenen Schuljahr werdet ihr ein *Lernjournal* führen, in dem ihr alles aufnotiert, was ihr im Unterricht und zu Hause macht. Dafür braucht ihr einen **DIN A4-Ordner** oder **-Hefter**, in dem ihr hinten Blätter einheften könnt (neue Seiten müssen hinten eingeheftet werden, da ist es lästig, wenn man vorher alle vorderen Seiten herausnehmen muss). Außerdem brauchen wir **DIN A4-Blätter, kariert mit blanko Rand**. Die Blätter sollen dann so aussehen:



Vor jedem Eintrag wird das Datum notiert (das muss nicht oben links sein, wenn diese Seite schon am Tag vorher begonnen wurde).
Das Thema des folgenden Aufschriebes kommt direkt unter das Datum. Vergiss nicht sinnvolle Hervorhebungen von Überschriften.
Oben auf dem Rand jedes Blattes soll der Name stehen.
Unten auf jedem Blatt soll die Seitenzahl stehen.
Gut bewährt haben sich Trennstriche zwischen unterschiedlichen Einträgen (das macht alles übersichtlicher).

Hier eine Liste, was ihr sonst noch braucht:

1 Geodreieck

gut gespitzte Bleistifte

1 Lineal

1 Zirkel

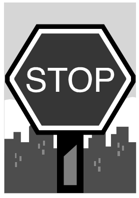
Holzbuntstifte

Die Hausaufgaben

Die Hausaufgaben müssen immer gemacht werden!!!

Es kann mal passieren, dass man etwas vergisst, aber nicht zu oft! Damit es dieses Jahr mit den Hausaufgaben besser klappt als letztes Jahr, werden wir folgende Regelung einführen:

Wer die HA oder Materialien für die Stunde (Buch, Pentominos usw.) vergessen hat, trägt sich **vor der Mathestunde** mit dem aktuellen Datum in die Klassenliste für Mathe (vorne im Klassenbuch) ein. Bei drei Einträgen gibt es eine Strafarbeit, vorher passiert noch nichts. Die Strafarbeit legst du dann **vor Beginn der nächsten Mathestunde unaufgefordert** mit Namen aufs Pult!



Wer einmal fehlt, z.B. weil er krank ist, holt die HA und alles, was im Unterricht durchgenommen wurde, selbstständig nach – man kann dazu z.B. seinen Banknachbarn befragen!

Die Noten

Wie im letzten Jahr werden **4 Klassenarbeiten** geschrieben und einige Tests. Diese ergeben zusammen 50% der Zeugnisnote.

Auch dein Lernjournal wird wie im letzten Jahr bewertet, genauso Klassenarbeitsverbesserungen und andere schriftliche Leistungen. Dafür gibt es wie im letzten Jahr **Häkchen**, die dann später in Noten umgerechnet werden. Dieser Teil zählt genauso viel wie zwei Klassenarbeiten zur Gesamtnote.

Die letzten 25% setzen sich aus deinen **mündlichen Leistungen** und Sonderleistungen wie z.B. letztes Jahr die Pentominos zusammen.

1.4. Beispiele aus dem Unterricht

Was schreiben Kinder, die mit einem solchen Unterricht konfrontiert werden, in ihren Lernjournalen nieder?
Die Notizen der Schülerinnen und Schüler sind qualitativ sehr unterschiedlich. Das hat mehrere, leicht nachvollziehbare Gründe:

- Einige Kinder sperren sich grundsätzlich gegen das Tagebuch-Prinzip. Selbst nach einem ganzen Schuljahr fragen sie noch nach der „Richtigkeit" des Selbstverfassten und lassen sich nur vom Lehrerlob leiten, keineswegs von den eigenen Vorstellungen zum Thema.
- Andere – dies betrifft in der Mehrzahl eher Jungen – haben Schwierigkeiten mit der sprachlichen Ausdrucksfähigkeit. In einigen Fällen führt dies zu Frustreaktionen, so dass die Notizen immer kürzer und liebloser gestaltet werden. Hier hilft nur die Erkenntnis (um die sich die Lehrkraft intensiv bemühen muss!), dass man auch mit wenigen Worten eine Kernidee transparent machen kann und das eine sehr sinnvolle Tätigkeit ist. Wie dies z.B. mit dem kleinen Kai gelang, können sie der Geschichte aus Kapitel 3.1 entnehmen.
- Viele Kinder springen außerordentlich freudig auf diese Arbeitsform an. So können sehr ausführliche und interessante Werke entstehen, über die man sich als Lehrkraft erfahrungsgemäß am meisten freut.

Sie finden auf den folgenden Seiten einige kleinere Ausschnitte aus Schülertagebüchern aus Klasse 5. Darunter sind richtige Perlen, wie etwa alle Aufschriebe der kleinen Diana, die ganz besonders gut auf den Dialogischen Unterricht reagiert.
Der folgende kleine Auftrag war der Anlass für die Notizen von Vasilis und Diana:

Arbeitsauftrag

Nullen anhängen verändert den Wert von Zahlen

$$12 \xrightarrow{\cdot 10} 120 \xrightarrow{\cdot 10} 1200 \text{ usw.}$$

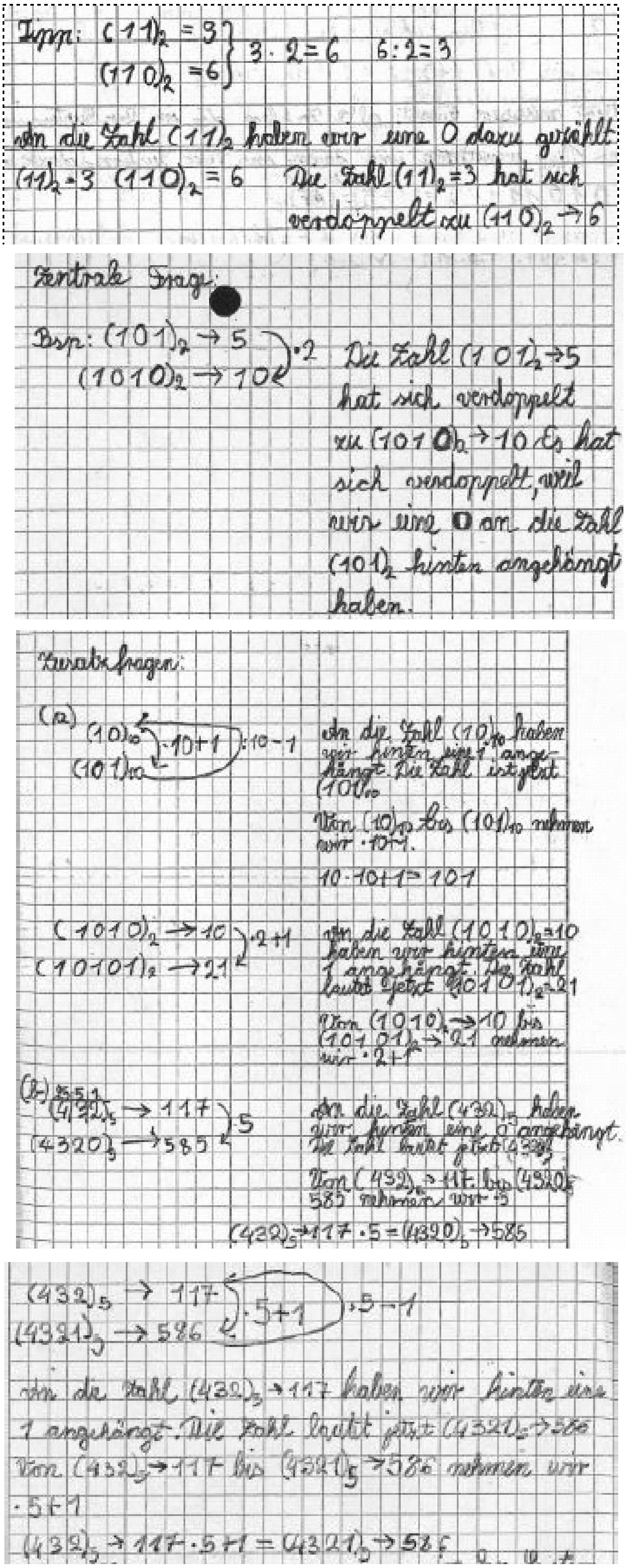
Im Dezimalsystem bewirkt eine angehängte Null dasselbe wie eine Multiplikation mit 10.

Zentrale Frage: Wie verändern sich Zahlen durch „Null-Anhängen" im 2er-System?

Tipp: Probiere es bei einfachen 2er-Zahlen aus, die du immer gleich ins 10er-System umrechnest.

Zusatzfragen:

1. Was passiert, wenn man hinten eine 1 anhängt im 10er-System bzw. im 2er-System?
2. Wie verändern sich Zahlen im 5er-System durch Anhängen von Ziffern?



Tipp: $(11)_2 = 3$, $(110)_2 = 6$ } $3 \cdot 2 = 6$ $6 : 2 = 3$

An die Zahl $(11)_2$ haben wir eine 0 dazu gewählt

$(11)_2 = 3$ $(110)_2 = 6$ Die Zahl $(11)_2 = 3$ hat sich verdoppelt zu $(110)_2 \to 6$

Zentrale Frage:

Bsp: $(101)_2 \to 5$, $(1010)_2 \to 10$ $\cdot 2$

Die Zahl $(101)_2 \to 5$ hat sich verdoppelt zu $(1010)_2 \to 10$ Es hat sich verdoppelt, weil wir eine 0 an die Zahl $(101)_2$ hinten angehängt haben.

Zusatzfragen:

(a) $(10)_{10}$, $(101)_{10}$ $\cdot 10 + 1$ $: 10 - 1$

An die Zahl $(10)_{10}$ haben wir hinten eine 1 angehängt. Die Zahl ist jetzt $(101)_{10}$

Von $(10)_{10}$ bis $(101)_{10}$ nehmen wir $\cdot 10 + 1$.

$10 \cdot 10 + 1 = 101$

$(1010)_2 \to 10$, $(10101)_2 \to 21$ $\cdot 2 + 1$

An die Zahl $(1010)_2 = 10$ haben wir hinten eine 1 angehängt. Die Zahl lautet jetzt $(10101)_2 = 21$

Von $(1010)_2 \to 10$ bis $(10101)_2 \to 21$ nehmen wir $\cdot 2 + 1$

(b) $5 \cdot 5 \cdot 1$ $(432)_5 \to 117$, $(4320)_5 \to 585$ $\cdot 5$

An die Zahl $(432)_5$ haben wir hinten eine 0 angehängt. Die Zahl lautet jetzt $(4320)_5$

Von $(432)_5 \to 117$ bis $(4320)_5$ 585 nehmen wir $\cdot 5$

$(432)_5 \to 117 \cdot 5 = (4320)_5 \to 585$

$(432)_5 \to 117$, $(4321)_5 \to 586$ $\cdot 5 + 1$ $\cdot 5 - 1$

An die Zahl $(432)_5 \to 117$ haben wir hinten eine 1 angehängt. Die Zahl lautet jetzt $(4321)_5 \to 586$

Von $(432)_5 \to 117$ bis $(4321)_5 \to 586$ nehmen wir $\cdot 5 + 1$

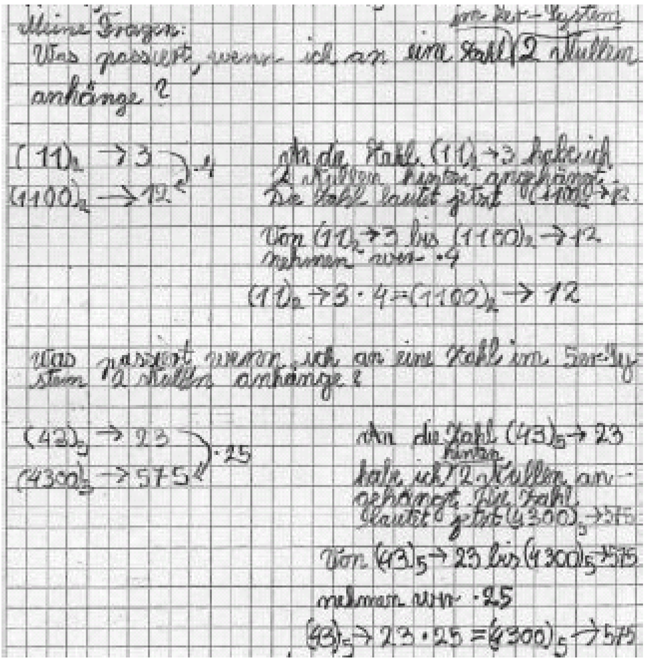
$(432)_5 \to 117 \cdot 5 + 1 = (4321)_5 \to 586$

Vasilis lebt erst seit zwei Jahren in Deutschland, hat aber bereits eine gewaltige Sprachkompetenz erworben, wenn man bedenkt, dass er vorher kein Wort Deutsch gesprochen und nie einen Sprachkurs besucht hat.

Dennoch schreibt er momentan lieber in der Rückschauperspektive, benutzt gerne das Personalpronomen „wir" und lässt uns nicht zeitnah an seinen Gedanken teilhaben.

Schnell hat er für sich ein Verfahren der Notation gefunden: Er probiert links aus, was mit den Zahlen passiert und notiert rechts, was er dabei beobachtet.

Auch die anspruchsvolleren Zusatzfragen (Was passiert, wenn man an einer Zahl eine 1 oder eine andere beliebige Ziffer anhängt?) meistert Vasilis in verschiedenen Zahlsystemen spielend.



Meine Fragen: (im 2er-System)
Was passiert, wenn ich an eine Zahl 2 Nullen anhänge?

$(11)_2 \to 3$
$(1100)_2 \to 12$ ·4

An die Zahl $(11)_2 \to 3$ habe ich 2 Nullen hinten angehängt. Die Zahl lautet jetzt $(1100)_2 \to 12$

Von $(11)_2 \to 3$ bis $(1100)_2 \to 12$ nehmen wir ·4

$(11)_2 \to 3 \cdot 4 = (1100)_2 \to 12$

Was passiert wenn ich an eine Zahl im 5er-System 2 Nullen anhänge?

$(43)_5 \to 23$
$(4300)_5 \to 575$ ·25

An die Zahl $(43)_5 \to 23$ habe ich 2 Nullen hinten angehängt. Die Zahl lautet jetzt $(4300)_5 \to 575$

Von $(43)_5 \to 23$ bis $(4300)_5 \to 575$ nehmen wir ·25

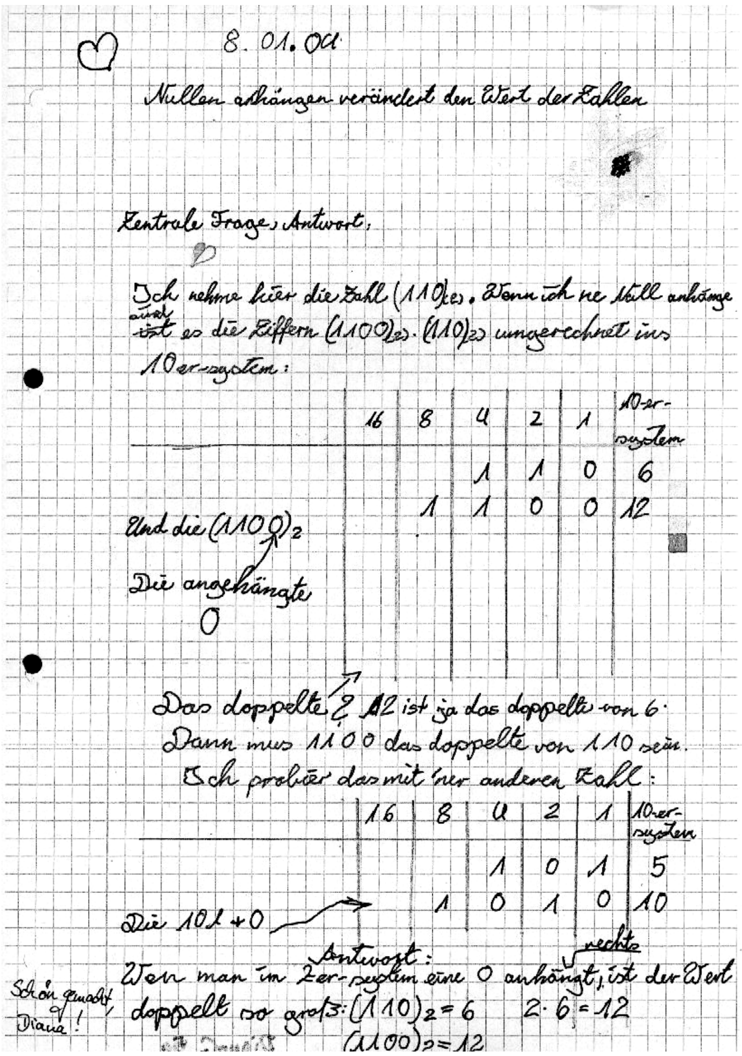
$(43)_5 \to 23 \cdot 25 = (4300)_5 \to 575$

Als gewiefter Mathematiker ist Vasilis allerdings mit der ordnungsgemäßen Erledigung des Auftrages noch lange nicht zufrieden – er stellt sich selbst noch Zusatzfragen, die er gleich beantwortet.

Vasilis' Klassenkameradin Diana geht beim Schreiben anders vor: Genauestens lässt sie uns an ihrem Weg der Erkenntnisgewinnung teilhaben.

Sie probiert aus, stellt sich selbst viele Fragen, formuliert immer wieder Vermutungen und versucht, durch weiteres Ausprobieren deren Gültigkeit zu überprüfen. Gibt man ihr genügend Zeit, so geht sie ihren Intentionen liebevoll bis ins Detail nach.

Auch wenn sie sich im Unterricht immer wieder schwer tut, aufzupassen und alles mitzubekommen, zeigt sie hier ganz deutlich, dass sie denken kann!



8. 01. 04

Nullen anhängen verändert den Wert der Zahlen

Zentrale Frage, Antwort:

Ich nehme hier die Zahl $(110)_{2er}$. Wenn ich ne Null anhänge heißt es die Ziffern $(1100)_{2er}$. $(110)_{2er}$ umgerechnet ins 10er-System:

16	8	4	2	1	10er-System
		1	1	0	6
	1	1	0	0	12

Und die $(1100)_2$

Die angehängte 0

Das doppelte? 12 ist ja das doppelte von 6.
Dann muss 1100 das doppelte von 110 sein.
Ich probier das mit 'ner anderen Zahl:

16	8	4	2	1	10er-System
		1	0	1	5
	1	0	1	0	10

Die 101 + 0

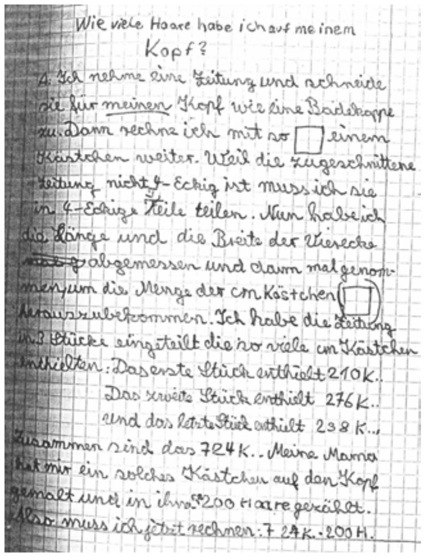
Antwort:
Wenn man im 2er-System eine 0 rechts anhängt, ist der Wert doppelt so groß: $(110)_2 = 6$ $2 \cdot 6 = 12$
$(1100)_2 = 12$

Schön gemacht Diana!

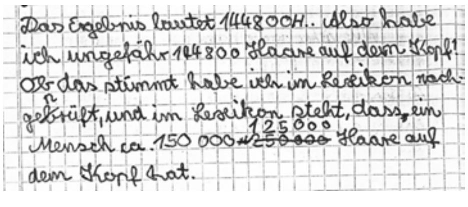
Was passieren kann, wenn man den Kindern wirklich freien Lauf lässt und sie vor eine Herausforderung stellt, sieht man an dem Aufschrieb der kleinen Alice. Sie hat sich im Zusammenhang mit dem Schätzen großer Anzahlen mit der Frage beschäftigt, wie viele Haare sie ungefähr auf ihrem Kopf hat.

Können Sie sich vorstellen, wozu dieser Zeitungsausschnitt links (im Original ca. DIN A3-Format) dient?
Falls nicht, dann lesen Sie dazu die folgenden Ausführungen von Alice.

Alice schreibt:



„Ich nehme eine Zeitung und schneide sie für meinen Kopf wie eine Badekappe zu. Dann rechne ich mit so □ einem Kästchen weiter. Weil die zugeschnittene Zeitung nicht 4-eckig ist, muss ich sie in 4-eckige Teile teilen. Nun habe ich die Länge und die Breite der Vierecke abgemessen und dann mal genommen, um die Menge der cm Kästchen (□) herauszubekommen. Ich habe die Zeitung in 3 Stücke eingeteilt, die so viele Kästchen enthielten:
Das erste Stück enthielt 210K.,
Das zweite Stück enthielt 276K.,
Und das letzte Stück enthielt 238K.
Zusammen sind das 724 K. Meine Mama hat mir ein solches Kästchen auf den Kopf gemalt und in ihm ca. 200 Haare gezählt. Also muss ich jetzt rechnen: 724K. · 200H.



Das Ergebnis lautet 144800 H. Also habe ich ungefähr 144800 Haare auf dem Kopf! Ob das stimmt habe ich im Lexikon nachgeprüft, und im Lexikon steht, dass ein Mensch ca. 150 000 Haare auf dem Kopf hat."

Alice hatte ein großes Interesse an der Bearbeitung dieser Frage, so dass sie ihr eigenes Ergebnis sogar noch einmal selbstständig durch eine entsprechende Lektüre nachprüfte. Nicht alle Kinder lassen sich in diesem Umfang und in dieser Tiefe auf die Tagebuchmethode ein, aber es ist einfach schön zu sehen, was an großartigen und überraschenden Ideen von einzelnen Schülerinnen und Schülern umgesetzt wird!

1.5. Rückmeldung und Bewertung

Die Arbeit mit dem Tagebuch allein wird erfahrungsgemäß von den Kindern bei Weitem nicht so gut angenommen, wenn sie nicht von Zeit zu Zeit eine Rückmeldung erhalten. Diese muss nicht immer mit einer Bewertung einhergehen, wird dies allerdings in der Regel, wenn die Lehrkraft die Rückmeldung gibt.

Produkt- und Wegbewertung

In der einschlägigen pädagogischen Literatur werden unterschiedliche Bezugsnormen für Bewertungen in der Schule angegeben, so unterscheidet beispielsweise Hans Gert Wengert die folgenden drei Spielarten [Wengert, 1994]:

- *Die soziale Bezugsnorm*: Eine Gruppe (im Regelfall die eigene Klasse) dient als Vergleichsgruppe. Eine Bewertung sagt damit etwas darüber aus, wie gut eine Schülerin oder ein Schüler im Vergleich zur Referenzgruppe in einem Test o.ä. abgeschnitten hat.
- *Die Individuelle Bezugsnorm*: Hierbei wird der Entwicklungsprozess des Individuums in den Vordergrund gerückt. Ein Kind wird an seinem eigenen Leistungsstand vor geraumer Zeit gemessen und dabei festgestellt, wie gut es sich entwickelt hat.
- *Die Kriteriumsorientierte Bezugsnorm*: Die Lehrkraft stellt einen Erwartungshorizont auf und misst, wie groß der Abstand des einzelnen Schülers von diesem ist. Die Leistung wird natürlich umso besser beurteilt, je geringer dieser Abstand ist.

In unserem staatlichen Schulwesen spielt letztere Form üblicherweise die größte Rolle, denn die meisten Klassenarbeiten und Tests werden mit Hilfe eines Erwartungshorizontes (in Mathematik „die Lösung“, die aber durchaus noch Einschränkungen der Methode beinhalten kann) beurteilt. Ein wenig spielt sicher auch die soziale Bezugsnorm mit in die Notengebung hinein, weil man die Durchschnitte von Klassenarbeiten meist innerhalb eines bestimmten Notenintervalls setzt.
Sicher ist, dass man die Individuelle Bezugsnorm außer bei den Verbalbeurteilungen in den Zeugnissen der Primar- und Unterstufe so gut wie nie vorfindet. Es gilt als einerseits schwer und andererseits subjektiv, Aussagen über die Entwicklung eines Schülers mit Noten zu belegen (Die Freien Waldorfschulen verwenden zwar im Gegensatz dazu fast ausschließlich die Individualnorm, bleiben aber ebenfalls bei reinen Verbalbeurteilungen und verzichten gänzlich auf Ziffernoten).

Für Gallin und Ruf liegt allerdings gerade in der – durchaus subjektiven – Beurteilung der Entwicklung eines Schülers eine Möglichkeit, den Rollenkonflikt des Lehrers als „Arzt“ und „Richter“ sowie den Widerspruch zwischen authentischen Begegnungen zwischen Stoffen und Menschen und dem Anspruch des Prüfungsstoffes ein Stück weit aufzulösen (vgl. einführender Abschnitt „Spannungsfeld Schule“).

Die Schweizer unterscheiden zwischen der Produkt- und der Wegbewertung. Unter den Terminus Produktbewertung fallen dabei alle Noten, die für Endprodukte wie etwa Klassenarbeiten, Tests, Präsentationen, Ausstellungen etc. vergeben werden. Alle Produkte werden aus der Defizitperspektive gemessen, d.h. es geht dabei um den Abstand von einem – wie auch immer gestalteten – Erwartungshorizont. Die Produktbewertung hat ihren festen Platz im Schulwesen und soll diesen auch nicht verlieren, sie soll aber um den Aspekt der Wegbewertung ergänzt werden:

> „Zeugnisnoten sind in Wirklichkeit ... Produktnoten und gar nicht Wegnoten. Sie stellen einen Mittelwert aus mehreren punktuellen Einzelprüfungen dar ... Im Gegensatz zu diesen verkappten Produktnoten sind Noten zu Leistungen im Reisetagebuch echte Wegnoten. Sie geben Auskunft darüber, wie leistungsfähig ein Lernender ist, wenn er ein Problemfeld in eigener Regie eingrenzen und bearbeiten kann. Im Reisetagebuch wird sichtbar, was ein Lernender effektiv zu leisten vermag, wenn die äußeren Bedingungen seiner Leistungsfähigkeit angepasst sind. Es wird auch sichtbar, wie ein Lernender sich verhält, wenn er an seine Grenzen stößt und sich neu organisieren muss. Schließlich wird im Reisetagebuch auch deutlich, wo die Ursachen für Defizite liegen, die in punktuellen Prüfungen auftreten, und wo der Lernende entwicklungsfähig ist. Rückmeldungen und Bewertungen im Reisetagebuch sind deshalb immer auch zukunftsbezogen und wirken ermutigend, weil sie das individuell Mögliche freilegen (formative Bewertung) und nicht die Defizite anprangern (summative Bewertung)."
>
> [Gallin und Ruf, 1998]

Damit wird klar, dass die Wegbewertung des Lernjournals nach anderen Kriterien erfolgen muss als die defizitorientierte Produktbewertung. Die Bewertung der Aufschriebe erfolgt mit Hilfe der „Häkchen", die diese Art der Bewertung deutlich von einer Produktbewertung, die üblicherweise durch normale Noten erfolgt, trennen. Die Häkchen sagen den Schülerinnen und Schülern also „Achtung: Hier wirst du nicht nach den Kriterien, die in der Mathe-Arbeit angelegt werden, beurteilt – es geht hier vielmehr um deine persönliche Bereitschaft, dich kreativ mit der Fragestellung auseinanderzusetzen."

Im Schweizer Notensystem ist ein Schüler, der schlechter als „befriedigend" (also 3,0) abschneidet, bereits durchgefallen. Daher haben Gallin und Ruf für die Häkchenbewertung ein insgesamt vierstufiges Notensystem vorgeschlagen, das die Notenstufen „sehr gut", „1,8", „2,8" und „ungenügend" umfasst. Diese Werte ergeben, wenn man sie in absteigender Reihenfolge vier bis Null Häkchen zuordnet, Koordinaten von Punkten, durch die eine logarithmische Kurve gelegt werden kann. Damit wird dem Weber-Fechnerschen Gesetz Rechnung getragen, welches den Zusammenhang zwischen subjektiver Reizwahrnehmung und objektiver Reizintensität als bei allen menschlichen Sinneswahrnehmungen logarithmisch erkennt. Ob man diesem Hinweis folgen möchte oder nicht, ist wohl eine Geschmacksfrage, denn der logarithmische Charakter der Notenfunktion ist aufgrund der geringen Größenunterschiede der Häkchenzahlen ohnehin kaum erkennbar. Eine lineare Notenfunktion ist daher ebenso denkbar.

Eine Übertragung der „Häkchen“ auf das deutsche Notensystem, das ja noch die Note „ausreichend“ als „nicht durchgefallen“ kennt, hat Helmut Neunhöffer vorgeschlagen [Hettrich, 2000]:

✓✓✓✓ wird nur im Falle einer unerwarteten, ganz überraschenden Leistung vergeben, die weit über die Erwartungen zur vorgegebenen Aufgabenstellung hinausgeht. Das kann auch etwas Kleines sein: Ein kühner Vorgriff, eine originelle Idee (z.B. die „Entdeckung der Winkelfunktionen“ bei der Beschäftigung mit dem Flächeninhalt von Parallelogrammen), ... , ein interessantes Verfahren, ein ungewöhnliches Problembewusstsein, ein geistreicher Irrtum, ein erstaunlicher Überblick etc. Entspricht unserer Notenstufe „sehr gut“.

✓✓✓ wird vergeben, wenn aus der subjektiven Sicht des Lesers eine Passage im Aufschrieb enthalten ist, die einen guten eigenen Gedanken zum Auftrag enthält. Das kann ein interessanter Einfall sein, ein erfolgversprechender Ansatz, eine originelle Denkbewegung, ein mutiger Versuch usw.; entspricht einer Note, die etwas besser ist als „gut“.

✓✓ wird erteilt, wenn der Schüler sich intensiv genug mit der Sache befasst und im gegebenen Rahmen eine befriedigende Leistung erbracht hat bzw. die Lehrkraft die Prognose wagt, dass der Schüler in absehbarer Zeit zu einer befriedigenden Leistung kommen wird, wenn er sich weiter so mit der Sache befasst; entspricht einer Note, die etwas besser ist als „befriedigend“.

✓ sollte vergeben werden, wenn erkennbar ist, dass der Schüler die Grundidee des Auftrages verstanden hat und sich einigermaßen sinnvoll mit einem Teil des Auftrages befasst hat. Entspricht einer Note, die etwas schlechter ist als „ausreichend“.

~~✓~~ sollte vergeben werden, wenn der Text keinerlei verwertbare Ergebnisse oder Entwicklungen enthält, oder die Sorgfalt zu wünschen übrig lies. Damit fordern Sie den Schüler auf, sich nochmals mit dem Thema zu beschäftigen. Entspricht unserer Notenstufe „ungenügend“.

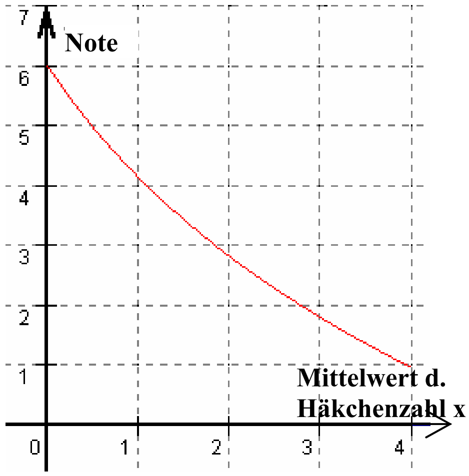
Aus diesen Überlegungen erhält man die Randbedingungen der Funktion, die der mittleren erreichten Häkchenzahl x eines Schülers eine Note zuordnet. Die Fixpunkte der zugehörigen Kurve sind die folgenden:

Mittl. Häkchenzahl x	Zugeordnete Note
4	1,0
3	1,8
2	2,8
1	4,2
0	6

Die so entstandene Notenkurve ist keine Gerade, also gehört dazu keine lineare Funktion, sondern ein Logarithmus mit der Gleichung [Gallin und Ruf, 1998; Neunhöffer, 1999]:

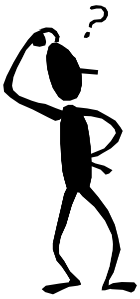
$$\mathbf{Note = 6 - 4{,}6 \cdot \ln(0{,}5x + 1)}$$

Graphisch sieht das so aus:



Selbstverständlich wird man sich bei der wegorientierten Bewertung von Schülerleistungen auf den gesunden Menschenverstand und weniger auf Formeln wie die oben angegebene stützen. Sicher könnte man sich hier auch etwas wie die „operationalisierte Drüberguck-Methode“ [Blessing et al., 1999], die im Wesentlichen auf dem kritischen Abwägen einiger Randbedingungen der Notengebung und den Erfahrungen bzw. dem Gefühl des Beurteilers beruht, vorstellen. Die oben vorgeschlagene Methode ist lediglich die dem deutschen Notensystem angepasste Methode von Gallin und Ruf.

Selbstverständlich muss die Notengebung den Schülerinnen und Schülern *transparent* gemacht werden. Dies geschieht zunächst durch ein Informationsblatt, das Sie auf der folgenden Seite einsehen können, dann aber auch immer wieder durch einzelne Schülernotizen, die auf Folie mit in den Unterricht gebracht und dort besprochen werden.



Die Häkchen

Die Arbeit im Reisetagebuch wird mit Haken bewertet. Jede Häkchenzahl hat eine Bedeutung:

✓✓✓✓ **Dir ist ein großer Wurf gelungen!**
Wer 4 Häkchen möchte, muss mich schon überraschen. Das kann allerdings auf ganz unterschiedliche Weise gelingen.

- eine außergewöhnliche Idee
- ein toller Fehler
- ein neues Problem

✓✓✓ **Du hast eine tolle Idee gehabt!**
Oder einen vielversprechenden Ansatz formuliert, einen mutigen Versuch unternommen. Auf jeden Fall hast du den Arbeitsauftrag ausführlich bearbeitet.

✓✓ **Du hast das Prinzip erkannt.**
Du hast die zentrale Frage verstanden und hast dich sinnvoll mit dem Thema auseinandergesetzt. Es ist selbstständige Arbeit erkennbar. Wenn du nun in der Besprechung gut aufpasst, kannst du alles verstehen.

✓ **Du hast die Arbeit erledigt!**
Das habe ich mindestens erwartet. Das, was du aufnotiert hast, reicht vermutlich in der nächsten Klassenarbeit für eine 4 aus. Wenn du mehr willst, musst du vor allem in der Besprechung zum Auftrag im Unterricht mitdenken und mitschreiben, damit du deinen Arbeitsauftrag noch einmal überarbeiten kannst.

~~✓~~ **Das reicht noch nicht!**
Du musst dich noch einmal mit der Sache beschäftigen – das, was du aufgeschrieben hast, reicht nicht aus, um im Unterricht mitzukommen und in der nächsten Klassenarbeit gerade noch eine 4 zu bekommen.

Wer verspätet abgibt, kann höchstens einen Haken erhalten.

Der Dialog unter Ungleichen

Wie in jeder Einzel- oder Stillarbeitsphase kann sich der Lehrer individuell um einzelne Schüler kümmern. Die Schülernotizen erleichtern dabei den Dialog zwischen Lehrer und Schüler.

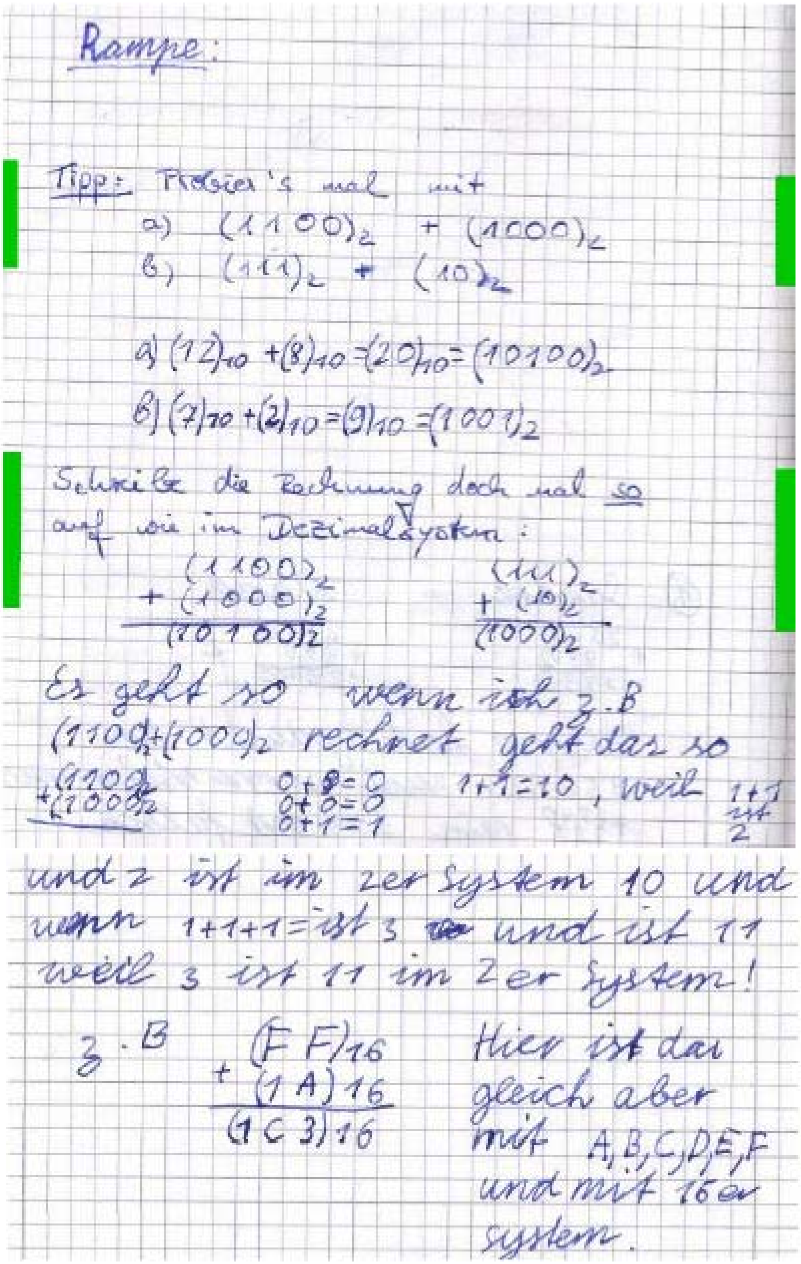
Während der Phase der individuellen Auseinandersetzung obliegt dem Lehrer die Aufgabe der aktiven Präsenz, die allerdings das auch aus dem traditionellen Unterricht her bekannte Problem aufwirft, in eingeschränkter Zeit jedem einzelnen Schüler gerecht zu werden. Der Lernende soll zwar selbständig an das Problem herangehen, braucht aber auch die fachliche Unterstützung und Beratung der Lehrperson. Der Lehrer sollte in mündlicher oder schriftlicher Form auf Schülerfragen eingehen, ohne dabei zu viel zu verraten. Ihm steht es auch frei, Lösungswege oder -strategien zu skizzieren oder Hilfsmittel in Form von Graphiken oder Modellen anzubieten, nur sollte den Schülern erst die Möglichkeit gegeben werden, sich ausgiebig mit dem Problem zu beschäftigen. Fehler und Irrwege sollten während der Phase der individuellen Auseinandersetzung nicht korrigiert werden, da die Schüler diese ja, wenn möglich, selbst entdecken sollen, um sie so in Zukunft zu vermeiden. Viel sinnvoller sind Impulsfragen, die den Lernenden ermuntern, den selbst eingeschlagenen Weg zu Ende zu denken und evtl. selbst auf Inkonsistenzen aufmerksam zu werden. Wichtig ist vor allem eine ständige Ermutigung der Schüler, alle Gedanken und Ideen sofort zu notieren, auch wenn sie nicht unmittelbar zum Ziel führen.

In unregelmäßigen Abständen müssen die Lernjournale der Schülerinnen und Schüler eingesammelt, kommentiert und nach der bereits erläuterten Art („Häkchen“) bewertet werden. Erfahrungsgemäß ist es ein sehr großer Aufwand, wenn man als darin ungeübte Lehrkraft gleich alle Tagebücher der gesamten Klasse mitnimmt. Sie bewahren sich selbst Ihre Neugier und Schaffensfreude, wenn Sie vielleicht alle zwei Wochen 6 bis 10 Hefte zur Kontrolle einsammeln und diese baldmöglichst kommentiert und bewertet zurückgeben. Die Bewertungen kann man in einer übersichtlichen Tabelle hinter den Schülernamen festhalten und erkennt darin auf den ersten Blick, welche Schülerbeiträge das nächste Mal eingesammelt werden sollten.

Wichtig ist in diesem Zusammenhang auch die Regelung, dass alle Schülerinnen und Schüler, deren Lernjournal eingesammelt wurde, auf die Impulsfragen am Rand ihrer Notizen achten. Als Hausaufgabe muss dann jedes Kind auf diese Fragen schriftlich antworten. Die Antworten werden ebenfalls im Lernjournal aufgeschrieben, so dass sie beim nächsten Einsammeln nachgesehen werden können. Es empfiehlt sich, dass die Kinder Ihre Anmerkungen am Rand durchnummerieren und diese Nummerierung bei ihren Antworten beibehalten – so behalten alle Betroffenen besser den Überblick.

Wie eine gezielte Rückmeldung an Schüler aussehen kann, sehen Sie an dem folgenden Ausschnitt aus Edwards Lernjournal (Klasse 5). Edward kommt in der Mathestunde mit der Rampe auf einem der Aufträge zunächst nicht zurecht.

Die Fragestellung ist: *Wie addiert man wohl zwei Zahlen in einem anderen Stellenwertsystem, z.B. im Binär- oder im Fünfersystem?*



Nach kurzer Zeit gibt ihm die Lehrkraft zwei konkrete Beispiele (grau markiert), mit denen er sich beschäftigen kann – offensichtlich hatte ihn die Aufgabe, bei der er sich selbst geeignete Beispiele suchen musste, überfordert.

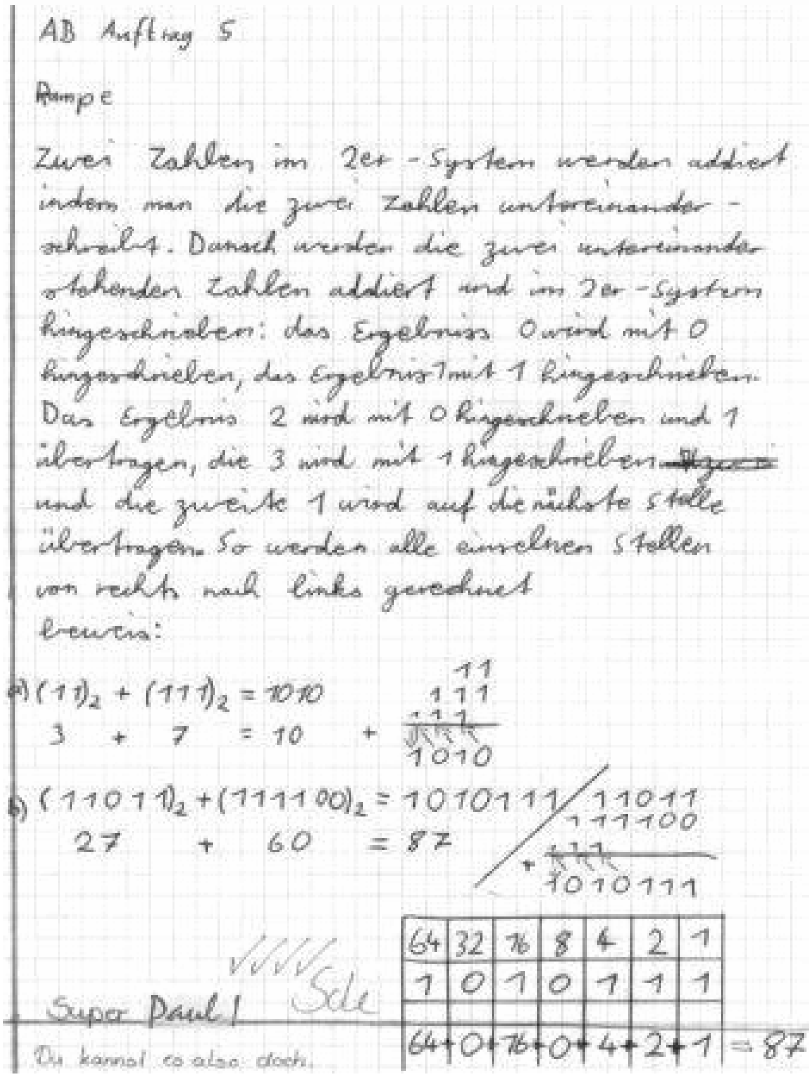
Er löst die Beispiele, findet aber keine Regelmäßigkeit, weil er die Addition immer über die Umrechnung ins Dezimalsystem löst.

Erst der Hinweis auf die formale Schreibweise der schriftlichen Addition führt dann bei ihm sofort zu einem „Aha-Erlebnis“ ...

Und weil dieses Erlebnis zu den schönsten Momenten im Leben gehört, hört Edward natürlich nicht auf, wenn er das Ziel erreicht hat, sondern wendet sich der Addition im Hexadezimalsystem zu!

An diesem Beispiel sieht man zudem, dass die sprachliche Ausdrucksfähigkeit des russlanddeutschen Kindes nicht besonders gut ausgeprägt ist. Das ist aber in diesem Moment unerheblich, weil ganz deutlich wird, welche Kernidee Edward hier beschreibt. Würde dieser Aufschrieb aus der Defizitperspektive beurteilt, so müsste man auf den schlechten Schreibstil eingehen und würde den Jungen mit Sicherheit entmutigen. Aus der Blickrichtung der Wegbewertung wird aber das Positive, nämlich die gedankliche Leistung des Kindes gewürdigt.

Die folgenden zwei Aufträge zum gleichen Thema sollen verdeutlichen, wie konsequent Wegbewertungen ausfallen, wenn die Defizitperspektive einmal wirklich aufgegeben wird.



AB Auftrag 5

Rampe

Zwei Zahlen im 2er-System werden addiert indem man die zwei Zahlen untereinander schreibt. Danach werden die zwei untereinander stehenden Zahlen addiert und im 2er-System hingeschrieben: das Ergebnis 0 wird mit 0 hingeschrieben, das Ergebnis 1 mit 1 hingeschrieben. Das Ergebnis 2 wird mit 0 hingeschrieben und 1 übertragen, die 3 wird mit 1 hingeschrieben und die zweite 1 wird auf die nächste Stelle übertragen. So werden alle einzelnen Stellen von rechts nach links gerechnet

Beweis:

a) $(11)_2 + (111)_2 = 1010$

$3 + 7 = 10$

b) $(11011)_2 + (111100)_2 = 1010111$

$27 + 60 = 87$

64	32	16	8	4	2	1
1	0	1	0	1	1	1

$64+0+16+0+4+2+1 = 87$

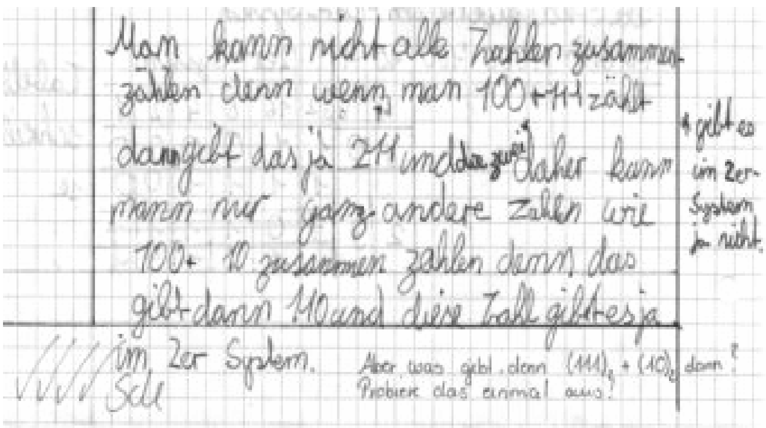
Super Paul! Sch

Du kannst es also doch.

Petra und Paul – beide aus Klasse 5 – hatten den Arbeitsauftrag intensiv bearbeitet und erhielten die beste Bewertung (4 Häkchen), obwohl ihre Erklärungen der Rampe sehr unterschiedlich sind.

Paul beschreibt dabei den regulären Weg und gibt eine ausführliche Erklärung mitsamt einem Beispiel an. Er zeigt also seine Lösung im Rückblick – ohne allerdings bekannt zu geben, wie er auf diese Lösung kam. Pauls Weg zur Lösung bleibt also im Dunkeln und wird nicht verraten.

Petra dagegen schildert ein Problem. Sie bemerkt, dass sie durch die direkte Addition von zwei Einsen eigentlich eine Zwei erhalten müsste, die es im Binärsystem aber nicht gibt. Dadurch zeigt sie, dass sie das Problem im Kern erfasst. Ihr Schluss, indem sie einfach per Definition festlegt, welche Zahlen addiert werden dürfen, ist eine für sie stimmige und logische Konsequenz, um das Problem zu lösen und lässt allerdings auch schon ein sicheres Gespür für durchaus übliche Vorgehensweisen in der Mathematik erkennen...



Man kann nicht alle Zahlen zusammen zahlen denn wenn man 100+111 zählt dann gibt das ja 211 und das zwei daher kann mann nur ganz andere Zahlen wie 100+ 10 zusammen zahlen denn das gibt dann 110 und diese Zahl gibt es ja im 2er System.

gibt es im 2er-System ja nicht.

Sch

Aber was gibt denn $(111)_2 + (10)_2$ dann? Probier das einmal aus!

Der Dialog unter Gleichen

Einen Kommentar, Impulse, Fragen etc. zu einem Tagebuchaufschrieb zu verfassen, ist nicht allein der Lehrkraft vorbehalten. Diese Arbeit können von Zeit zu Zeit auch Mitschüler übernehmen. Dabei sind aber verschiedene Regeln genauestens einzuhalten:

- Keiner der Kommentare wird direkt ins Lernjournal des Mitschülers geschrieben, sondern es wird immer ein *gesondertes Blatt* benutzt. Unserer Erfahrung nach haben vor allem Unterstufenschüler große Bedenken gegen Einträge von anderen Mitschülern in ihrem Heft, weil sie sich mit ihrem Aufschrieb sowohl in der äußeren Form als auch inhaltlich sehr viel Mühe gegeben haben und diese durch diesen „Übergriff" entwertet sehen.
- Alle Rückmeldungen sind *„Ich-Botschaften"*, niemals jedoch eine Korrektur.
- Es wird auf einen *höflichen Umgang* miteinander geachtet. Dabei kann es hilfreich sein, bestimmte Formulierungen als geeignet und andere als ungeeignet zu thematisieren. Hilfreich kann auch ein Informationsblatt wie das auf der folgenden Seite abgedruckte sein (in Anlehnung an Gallin und Ruf verfasst).

Die Rückmeldung der Schüler untereinander kann genauso wie die Rückmeldung durch die Lehrkraft entweder direkt im Unterricht – etwa mit der „Sesseltanz-Methode"[2] – oder zu Hause erfolgen. Wichtig ist in jedem Fall, dass der Kritiker mit dem eigenen Namen unterzeichnet und so als Person hinter dem Geschriebenen steht. Rückfragen sind selbstverständlich immer erlaubt.

[2] „Sesseltanz-Methode": wird bei Gallin und Ruf erwähnt; Jeder Schüler öffnet sein Lernjournal an der aktuellen Stelle und legt ein leeres DIN A4-Blatt daneben; dann stehen alle Schüler auf und laufen entspannt im Raum umher, bis ein Signal zum Setzen gegeben wird; das Lernjournal, vor dem man gerade steht, muss dann gelesen und auf dem leeren Blatt kommentiert werden; nicht vergessen: der Kritiker muss unterschreiben!

Rückmeldungen sind Ich-Botschaften

Wie fängt deine Rückmeldung an?
Das kommt darauf an, ob das, was du sagen willst ...

... positiv oder	... negativ ist.
• Mir gefällt, ... • Es ist schön, ... • Ich finde es gut, ... • Am stärksten wirkt ... • Toll!	• Da bin ich gestolpert ... • Das sehe ich anders ... • Könnte man auch ... • Damit kann ich nichts anfangen ... • Das hat mich nicht angesprochen ...

Bedenke:

- Kritik muss man nett formulieren, damit niemand verletzt wird.
- Du solltest andere so kritisieren, wie du selbst auch kritisiert werden möchtest!

Man kann, wenn man etwas nicht versteht, auch Fragen formulieren oder sein Erstaunen ausdrücken:

Erstaunen	Fragen
• Ich bin überrascht wie ... • Es wundert mich ... • Hier fehlt mir ... • Ich verstehe nicht ganz, wie ...	• Das verstehe ich nicht – wie hast du das gemeint? • Kannst du das genauer erklären? • Ich möchte gerne wissen ...

So könnte eine Rückmeldung aufgebaut sein:

1. So wirkt dein Text auf mich
   (Beschreiben).
2. Diese Passage ist besonders gut gelungen
   (Grün markieren und begründen).
3. An dieser Stelle bin ich gestolpert
   (Rot markieren und begründen).
4. Diese Stelle würde ich ausbauen
   (Schwarz markieren und begründen).
5. Das würde ich anders machen, zum Beispiel so ...
   (Vormachen).

1.6. Zusammenarbeit mit den Eltern (von Florian Karsten)

Ein Mathematikunterricht, der dem dialogischen Prinzip folgt oder von offenen Aufgabenstellungen und selbstständigem Erarbeiten geprägt ist, zwingt nicht nur Schüler und Lehrer dazu, die gewohnten Pfade zu verlassen und Neuland zu betreten. Auch Eltern sehen sich mit den neuen Aufgaben und ungewohnten Fragestellungen konfrontiert und müssen lernen, damit in angemessener Weise umzugehen: „Wir wissen gar nicht mehr, wie wir unseren Kindern zuhause helfen können bzw. helfen sollen!", so lautete die Klage mehrerer Eltern einer 5. Klasse. Wer möchte, kann versuchen, diese Frage am Elternabend mit Hilfe eines kurzen Vortrags zu klären. Ein möglicher Ablauf dieses Vortrags soll im Folgenden dargestellt werden.

Um den Eltern die **Veränderung der Aufgabenkultur in Mathematik** näherzubringen, bietet sich folgendes Zitat an:

> „Der Mathematikunterricht kann immer weniger für sich beanspruchen, dass Schülerinnen und Schüler in ihm etwas lernen, was sie genau so, wie sie es in der Schule getan haben, später im Leben auch tun müssen: Der Buchhalter rechnet nicht mehr selbst. Aber obwohl die Mathematik in unserer Welt unsichtbar geworden ist, ist sie doch allgegenwärtig. Die Schülerinnen und Schüler werden in ihrem Leben ständig in durch Mathematik geordneten oder gar in mathematische Modelle gefassten Bereichen handeln müssen. Was sie dafür gelernt haben sollten, ist, in mathematischer Weise etwas zu ordnen, funktional zu denken oder sich von „mathematikhaltigen" Situationen ein Bild zu machen, das ihnen erlaubt, einigermaßen kompetent in ihnen zu handeln."
>
> [Köhler, 2004]

In die gleiche Richtung zielt auch das Zitat von Bill Gates: „Was soll man Schülern beibringen, wenn das Wissen der Welt bald auf einen Schlüsselanhänger passt?"

Anhand dieser beiden Zitate kann man mit den Eltern diskutieren, welche Bedeutung Mathematik im 21. Jahrhundert hat, welche mathematischen Kompetenzen Schüler erwerben müssen, um sich in einer von Mathematik durchdrungenen Welt zurechtfinden, und vor allem, welche Zugänge zur Mathematik heute nicht mehr sinnvoll sind. Diese Veränderungen spiegeln sich deutlich in den **Mathematikaufgaben** wieder [Buck et al., 2000]:

- statt: Berechne $(-4)\cdot(+5)$!
  lieber: Was ist gleichwertig mit -20 ?
- statt: Berechne $9 \cdot 20$!
  lieber: Bilde Produkte, die knapp über 100 liegen!
- statt: a) $\frac{1}{2}+\frac{2}{3}-\frac{3}{5}=$ b) $\frac{3}{2}-\frac{2}{4}+\frac{2}{5}=$ c) ... d) ... e) ...

  lieber: Wie kann man $\frac{1}{3},\frac{2}{3},\frac{3}{5}$ so kombinieren, dass ein möglichst schöner Bruch entsteht?

- Echte Probleme: Wie viele Weizenkörner wachsen auf einem (bestimmten) Feld? Wie viele kg Weizen sind das?
- Lebendige Aufgaben: statt: Berechne 140 000 : 52 !
  lieber: Was wiegt ein Blauwal? Wie viel mal schwerer ist er als du?

Durch den Vergleich mit den herkömmlichen Aufgaben, die den Eltern meist aus der eigenen Schulzeit noch bekannt sind, wird schnell klar, warum es nicht mehr so einfach ist, den Kindern bei der Bearbeitung der Hausaufgaben („Ich zeige dir, wie es geht“) zu helfen. Diese Problematik, die in den Bildungsplänen als Wechsel von „Mathematik als Produkt“ zu „Mathematik als Prozess“ genannt wird, lässt sich auch durch den Vergleich von **Schulbüchern** sichtbar machen. Dabei soll nicht ein bestimmtes Buch schlecht gemacht werden, sondern der Unterschied in der Vorgehensweise deutlich werden, wie sie eben in verschiedenen Büchern existiert. Es bietet sich an, die Bücher anhand *eines* Themas (z.B. die Einführung der Rechenausdrücke in Klasse 5) zu vergleichen.

Ein herkömmliches Mathematikbuch führt in das Thema mit einem Beispiel ein, dessen Lösung manchmal sogar schon dabei steht. Auf der selben Seite sind die wesentlichen Regeln und ein paar Beispiele abgedruckt. Nun folgen sehr viele Aufgaben, die oft nur reproduzierend und nur selten motivierend sind. Auch das Weiterdenken wird oft nicht gefördert.

Ein modernes Buch beginnt mit einer schüleraktivierenden Aufgabe, die meist auch die Kommunikation der Kinder untereinander mit einbezieht. Regeln und Beispiele fehlen hier. Stattdessen folgen weitere Aufgaben, die das bisher Entdeckte mit einbeziehen, erweitern und vertiefen. Im optimalen Fall sind die Aufgaben im Sinne von WUM gestaltet und beinhalten sogar fächerübergreifende und fächerverbindende Aspekte.

Zwei Zitate runden diese Überlegungen ab:

- S.J. Lec: „Ich hätte viele Dinge begriffen, hätte man sie mir nicht erklärt!“
- P. Gallin: „Algorithmen sind nicht jugendfrei!“

An dieser Stelle sollte erwähnt werden, dass die veränderten Aufgaben nicht nur im Unterricht wichtig sind, sondern auch in den **Klassenarbeiten** Einzug halten. Ein Vergleich einer „herkömmlichen“ Klassenarbeit mit reinen Rechenaufgaben und einer „modernen“ Klassenarbeit mit zeitgemäßen Aufgaben bietet sich an. Lichtenberg schreibt: „Was man sich selbst erfinden muß, läßt im Verstand die Bahn zurück, die auch bei anderer Gelegenheit gebraucht werden kann.“

Wie sollen die Eltern bei den **Hausaufgaben** helfen? Da sich der Mathematikunterricht der Kinder entscheidend von dem der Eltern unterscheidet, macht es keinen Sinn, dem Kind helfen zu wollen, indem die Eltern den Kindern sagen, wie es geht. Viel hilfreicher ist es, sich von den Kindern erklären zu lassen, was es genau nicht versteht und wie es das Thema, um das es geht, im Unterricht gelernt hat. Dadurch lernen die Eltern den „heutigen“ Zugang zu diesem Thema kennen, während das Kind sich durch das Erklären schon einen Schritt tiefer in das Problem denkt. Nun sollte man das Kind anleiten, die Grenze vom Verstandenen zum Unverstandenen genau zu erkennen. Ein leichtes Beispiel, das verstanden wird, ein schwereres Beispiel, das auch noch funktioniert, und dann nochmals die Aufgabe, die Probleme bereitet (hat). Wenn das Kind auch jetzt noch nicht in der Lage ist, die Aufgabe zu lösen, sollten die Eltern es anhalten, die Probleme und die Lösungsversuche in der nächsten Mathematikstunde anzusprechen. Diese Schritte nochmals im Überblick:

„Ich versteh’ das nicht! – Hilf mir!“

1. *Was* hast Du nicht verstanden?
2. Wie habt Ihr das *im Unterricht* gelernt?
3. Wie hat der Lehrer das erklärt?
4. Kannst Du ein *leichtes Beispiel* sagen, das Du schon kannst?
5. ... jetzt ein *schwereres Beispiel*, das Du schon kannst ...
6. ... und jetzt noch einmal die Aufgabe, die Du nicht verstanden hast.
7. Und wenn das alles gar nichts hilft, dann ist jetzt einfach Schluss! Dann nimmst Du Dein Schmierblatt und Deine Notizen und gehst morgen zu deinem Mathe-Lehrer und fragst ihn!

M. Wagenschein schreibt:
„Das wenn auch falsch Gedachte ist mehr wert als das gedankenlos richtig Gesagte.“

Vielleicht kann ein solches Vorgehen dazu führen, dass die Eltern nicht nur etwas über die veränderte Aufgabenkultur lernen, sondern auch einiges zu einer veränderten Hausaufgabenkultur beitragen können.

2. Ein Methodencurriculum für den Dialogischen Mathematikunterricht

2.1. Begriffsklärung und Zielsetzung

Unsere Projektgruppe hat während der letzten Jahre immer wieder erlebt, dass die Schüler, die unsere fünften Klassen besuchen, in vielen Fällen mit unseren Erwartungen an sie völlig überfordert sind. Vor allem in der Anfangsphase in Klasse 5 stellte sich in allen beobachteten Fällen heraus, dass die Schülerinnen und Schüler offenere Aufgabenstellungen aus der Grundschule überhaupt nicht gewohnt waren und lange Texte sie regelmäßig einschüchterten. Es war nicht immer leicht, die Ursache von Unruhe und Gereiztheit bei den Kindern im Unterricht sowie einiger Verwirrungen auf Seiten der Eltern herauszufinden. Die beiden genannten Punkte scheinen aber in vielen Fällen zu den Problemen beigetragen zu haben. Natürlich werden unsere Beobachtungen wieder einmal durch internationale Vergleichsstudien – wie etwa TIMSS oder PISA – gestützt: Offene Aufgabenstellungen werden in Deutschland gar nicht oder zu wenig trainiert, und ohne Lesekompetenz gibt es keine Fachkompetenz!

Aus diesem Grund erwuchs in unserer Projektgruppe immer mehr der Wunsch, den Kindern hier eine bessere Hilfestellung geben zu können und ihrem Unvermögen nicht länger hilflos gegenüber zu stehen.

Eine Lösungsmöglichkeit erschien uns ein speziell auf den Mathematikunterricht zugeschnittener Methodenplan zu sein, der gleich zu Beginn der gymnasialen Laufbahn der Kinder einsetzt. Was die Schülerinnen und Schüler hier lernen, können sie auch außerhalb der Mathematik gut brauchen:

- mathematische Texte lesen und verstehen können,
- spezifische Fragen stellen können,
- eigene Gedanken zu mathematischen Problemen und ihren Erfahrungen damit strukturiert niederschreiben können,
- fundiert mit Mitschülern Schwierigkeiten besprechen können,
- anderen im Sinne eines Kurzvortrages mathematische Inhalte verständlich darbieten zu können,
- den Computer als sinnvolles Hilfsmittel für bestimmte Probleme zu erleben und gezielt einsetzen können,
- ihre Zeit selbstständig gut einteilen können (Zeitmanagement).

Diese Kompetenzen sind nicht selbstverständlich – sie müssen im Laufe der Unterstufe sukzessive erlernt werden. Daher müssen sie zum Thema des Mathematikunterrichtes gemacht werden. Die Zeit, die man dafür opfert, spart man an anderer Stelle ein – das war und ist unsere tägliche Erfahrung!

Für jede Klassenstufe werden daher einzelne dieser Zielsetzungen herausgegriffen und anhand mathematischer Inhalte bearbeitet. Damit die einmal erworbenen Kompetenzen nicht

brachliegen, werden sie immer wieder im Laufe des Unterrichtes aufgegriffen, verfeinert und vertieft. Sehr wichtig erscheint mir in diesem Zusammenhang die dann einsetzende Erfahrung der Kinder zu sein, nach Durchlaufen jedes Schrittes des Methodenplanes ihren Kompetenzspielraum spürbar erweitert zu haben. Der Blick kann nun auf das Wesentliche, z.B. ein fachliches Problem, gerichtet werden und verharrt nicht mehr ängstlich an der Frage, ob man den Aufgabentext des zu bearbeitenden Arbeitsauftrages überhaupt würde verstehen können.
Es soll dabei nicht unerwähnt bleiben, dass vor allem das letztgenannte Lernziel (Zeitmanagement) nur sehr schwer zu erreichen ist – bei einigen Kindern auch gar nicht. Dem Einfluss eines einzelnen Mathematiklehrers sind hierbei sicherlich enge Grenzen gesetzt. Fächerübergreifende Absprachen helfen sehr, die Ziele sicherer und schneller zu erreichen – sie sind aber nicht immer einfach. Leider sehen nicht alle Kolleginnen und Kollegen den Vorteil eines solchen Vorgehens für ihre Unterrichtspraxis, zumal die genannten Probleme auch gar nicht auftreten, wenn der eigene Unterricht sehr lehrerzentriert ist.

2.2. Umsetzung in den Klassenstufen 5 bis 7

Das Fundament zur Methodenkompetenz in Mathematik muss schrittweise gelegt werden – so konzentrieren wir uns in jeder Klassenstufe auf maximal 3 dieser übergeordneten, methodischen Lernziele:

Klasse	methodisches Lernziel	mathematischer Lerninhalt[3]
5	1. Lesekompetenz bei Sachtexten (Arbeitsaufträge) 2. Fähigkeit, Fragen gezielt stellen und Probleme beschreiben zu können 3. Schreibkompetenz für das mathematische Lernjournal	Zahlensysteme und folgende Lehrplanthemen
6	1. Kommunikationskompetenz bzgl. mathematischer Probleme 2. Präsentationskompetenz (mathematische Kurzvorträge)	Dezimalzahlen[4]
7	Medienkompetenz (Nutzung mathematischer Software wie Euklid DynaGeo o.ä.)	Geometrie

[3] Das methodische Lernziel kann beispielsweise anhand des genannten Lehrplanzieles erarbeitet werden. Uns ist dabei daran gelegen, z.B. die Lesekompetenz gleich am Anfang von Klasse 5 zu schulen. Da wir recht rasch mit den Zahlensystemen beginnen, bietet sich dieses Thema bei uns an – es könnte aber auch ein beliebiger, anderer Inhalt dazu gewählt werden.
[4] Wir haben uns entschieden, die Dezimalzahlen gleich zu Beginn des Schuljahres in Klasse 6 zu unterrichten, da das Thema durch die vertiefte Behandlung der Zahlensysteme bereits gut angelegt ist. Es eignet sich zudem hervorragend für die ersten Kurzvorträge, da die Analogie zum Rechnen mit natürlichen Zahlen schnell den Blick auf die wesentlichen Problemstellen lenkt.

Zeitmanagement

Ein Zeitgefühl entwickeln

Das Lernziel „Zeitmanagement“ verstehen wir als klassen- und fächerübergreifend, da es viel Zeit, Ausdauer und Geduld bedarf, dieses Lernziel zu erreichen. Es bietet sich an, das Problem der richtigen Zeiteinteilung im Zusammenhang mit Hausaufgaben, Klassenarbeiten und freiem Arbeiten im Unterricht aufzugreifen. Dabei sollten die Kinder jeweils vor ihrer Arbeit eine Zeitschätzung abgeben, wie lange sie vermutlich für die anstehende Arbeit benötigen. Dieser Zeitwert soll notiert werden.
Auf dem Arbeitstisch wird eine Uhr aufgestellt, die Anfangs- und die Endzeit – und damit die tatsächliche Arbeitszeit – zur geschätzten hinzu notiert. Wird dieses Verfahren immer wieder konsequent durchgeführt, entwickelt sich im günstigen Fall durch den ständigen Vergleich zwischen geschätzter und tatsächlich benötigter Zeitdauer ein realistisches Zeitempfinden für Arbeitszeiten. In einem zweiten Schritt wird über die Einteilung von Zeit innerhalb und außerhalb des Unterrichtes gesprochen, Pläne aufgestellt und deren Einhaltung laufend kontrolliert. Diese Arbeit kann allerdings der Mathematiklehrer nicht alleine leisten – es wird sich wahrscheinlich nur dann ein Erfolg abzeichnen, wenn sich auch Kolleginnen und Kollegen aus anderen Fächern dazu bereit erklären, mitzumachen.

Die Hausaufgaben gut bewältigen

Die Schülerinnen und Schüler haben in den Grundschulen nicht so viele Hausaufgaben bekommen, wie das im Gymnasium der Fall ist, und schon gar nicht in so vielen verschiedenen Fächern. Ohne geregelte Organisation der Nachmittagszeit, ohne System werden viele Kinder mit den an sie gestellten Aufträgen nicht fertig. Es werden Hausaufgaben und Bücher vergessen usw.
Diese Erfahrung veranlasste mich, meinen Schülern konkrete Vorschläge zur Hausaufgabenplanung zu machen. Grundlage der durchdachten Gestaltung des Nachmittages ist ein „Rohplan“ für den Nachmittag, der je nach individueller Freizeitgestaltung natürlich variiert bzw. verschoben werden muss:

Uhrzeit (ungefähr)	**Aktivität**	**Ziele**
13.30	**Mittagessen**	*Hunger stillen; Energiereserven auffüllen; soziale Kontakte mit der Familie pflegen*
14.15	**Mittagspause/Mittagsruhe** erlaubt ist ☺ • Mittagsschlaf (kurz!) • in spannendem Buch lesen • spazierengehen (Hund?) • wenig anstrengender Sport möglichst vermeiden ☹ • Fernsehen • anstrengende Sportart • PC-Spiel	*Ausruhen, Abschalten, während sich der Körper hauptsächlich mit der Verdauung des Mittagessens beschäftigt.*
14.45	**1. Hausaufgabenblock (20 Min.)**	*Sieh im HA-Büchlein nach: Welche Fächer hast du morgen? Mit diesen Fächern beginnst du!*
15.05	**1. Kurzpause (5 Min.):** • sich strecken und dehnen • etwas trinken gehen • eine Runde in frischer Luft um's Haus laufen oder bei geöffnetem Zimmerfenster auf ein Lied tanzen (Gymnastik) ...	*Die Konzentrationsabschnitte sind nur sehr kurz! Kein Lern- und HA-Abschnitt sollte daher länger als 20 Minuten sein (Ergebnis der Lernpsychologie). Zudem prägt man sich die Inhalte, die ganz zu Beginn und die ganz am Ende einer Lernphase aufgegriffen werden, besser ein als die zwischendrin – also sollten möglichst viele, kurze Lernphasen aufeinanderfolgen (Randeffekt beim Lernen).*
15.10	**2. HA-Block (20 Min.)**	*s.o.*
15.30	**2. Kurzpause (5 Min.)**	*s.o.*
15.35	**3. HA-Block (20 Min.)**	*s.o.*
15.55	**1. Langpause (15 Min.)**	*Nun sollte etwas Gymnastik, ein Spaziergang an frischer Luft eingeschoben werden, um sich wieder zu regenerieren.*
16.10	Weitere HA- oder Lernblöcke (je 20 Min. lang) mit Kurzpausen können noch bei Bedarf angehängt werden, z.B. wenn eine Klassenarbeit ansteht – insgesamt aber nicht mehr als 5 weitere Blöcke!!! Oder ab jetzt: Freizeit!	*Alle HA sollten in ca. 3-4 Lernblöcke mit je 20 Minuten passen, danach darfst du dich ohne schlechtes Gewissen mit deinen Freizeitaktivitäten beschäftigen.* *Steht eine Klassenarbeit an, dann müssen die Lernblöcke entsprechend oft wiederholt werden. Mehr als 3 Stunden Lernen pro Nachmittag (inklusive Pausen) sollen aber in der 5. und 6. Klasse nicht sein – die Konzentration lässt dann auch stark nach, das Lernen ist nicht mehr effektiv!*

Einen solchen Plan sollte man bereits den kleinen 5.-Klässlern an die Hand geben, damit sie ihre weitere Schullaufbahn am Gymnasium möglichst ohne vermeidbare organisatorische Probleme angehen können.

Zeitmanagement beim selbstorganisierten Lernen

Kleine „Buchprojekte“ bieten sich bereits ab Klasse 5 zur weiteren Stützung des Zeitmanagements an: In der Regel soll bereits Bekanntes eigenständig geordnet und in eigene Worte gefasst, durch selbst organisierte Quellen ergänzt oder auch überschaubare Lerneinheiten selbst erarbeitet und in „Buchform“ aufbereitet werden.

Ein Beispiel dafür ist das „Winkelbuch“ in Klasse 6: Die Schüler sollen sich alle wichtigen Begriffe rund um das Thema „Winkel“ aus dem eingeführten Mathematikbuch und selbst organisierten anderen Quellen (andere Bücher, Internet etc.) selbstständig aneignen und sie in geeigneter Form auf ca. 10 Seiten mit Beispielaufgaben und deren Musterlösung zusammenstellen. In der 6. Klasse ist eine solche Aufgabenstellung in der Regel etwas völlig neues, da sie bisher doch die Lerninhalte von der Lehrkraft in unterschiedlicher Weise dargeboten bekamen (selbst in den Aufträgen ist der Input von der Lehrkraft noch deutlich größer als hier). Sie bekommen ca. 5 Unterrichtsstunden inklusive Hausaufgabenzeit zur freien Verfügung, um sich die Inhalte erarbeiten. Dies erfordert eine gute Zeitplanung im Vorfeld. Man kann die Kinder durch eine Tabelle bei ihrer Zeitplanung unterstützen und ihnen – wenn nötig – auch eine beispielhafte Zeiteinteilung an die Hand geben, entlang derer sie ihre eigene Zeiteinteilung planen:

> „Damit du auch gut fertig wirst, sollst du deine Arbeitsschritte planen. Deinen Zeitplan notierst du am besten in der folgenden Tabelle und vermerkst dort auch, ob du die Zeiteinteilung eingehalten hast (letzte Spalte).“

Thema	Buch-Seiten	Planung für den Unterricht	Hausaufgaben-Planung	Ein-gehalten?

Neben der selbstständigen Erarbeitung von Lerninhalten wird so auch der effektive Umgang mit der Zeit geübt – und die Notwendigkeit von Planung transparent gemacht.

Lesekompetenz

Bei uns tauchten in der Vergangenheit immer wieder Fragen bzw. Bemerkungen von Schülerinnen und Schülern auf wie etwa „Können Sie mir das alles mal erklären?“ oder „Ich weiß nicht, was ich machen soll!“. Beschäftigte man sich mit den jeweiligen Schülern, fiel immer wieder auf, dass die im Text gegebenen Informationen gar nicht gelesen bzw. erkannt worden waren. Oft genügte ein gemeinsames, lautes Lesen des Auftragstextes, und das Kind wusste dann bereits, was es tun könnte, um der Fragestellung nachzugehen. Eine Förderung der Lesekompetenz sollte es den Kindern also deutlich erleichtern, Sachinformationen aus Texten zu entnehmen.

Unterrichtlich wurde das Thema mit der Leitfrage „Wie sollte man schwierige und lange Texte lesen?“ eingeleitet. Es wurden Lesestrategien an der Tafel gesammelt und daraus ein zeitliches Ablaufschema, ein „Lesealgorithmus“ erarbeitet, den die Schüler innerhalb und außerhalb des Unterrichtes selbstständig umsetzen sollen:

	Auftrag	Ziele
1	Erstes, grobes Lesen des Textes	➢ *Erfassen des Themas (Überblick)*
2	Zentrale Frage wiederholt lesen und herausschreiben	➢ *thematischen „Roten Faden“ erkennen*
3	Genaues Lesen mit Einfärben von Textstellen	➢ *Zuordnung von Informationen zu Fragestellungen*
4	Individuelle Zeiteinteilung	➢ *Einhalten von zeitlichem Rahmen*
5	Notieren erster Vorüberlegungen zu den Fragestellungen	➢ *Problemstellung erkennen, Vorwissen abklären*
6	Eigentliche Bearbeitung des Auftrages	➢ *Themenstellung phantasievoll bearbeiten*

Das erste, grobe Lesen des Textes – quasi ein „Überfliegen“ – soll einen ersten Eindruck von den Inhalten des Textes bzw. Auftrages vermitteln. Dem gesamten Auftrag ist ja die zentrale Frage thematisch übergeordnet, also muss ihr besondere Aufmerksamkeit gewidmet werden, bevor man den Text nochmals gründlich liest. Die zentrale Frage gibt den Rahmen vor, innerhalb dessen sich alle anderen Fragestellungen einordnen lassen.

Das gründliche Lesen soll nun Zusammenhänge im Text deutlich machen, daher werden Textpassagen, die inhaltlich verknüpft sind, mit der gleichen Buntstiftfarbe eingefärbt. In vielen Aufträgen wird im „Vorspann“ bereits ein Hinweis zu den Impulsfragen gegeben – dies zu erkennen, dient das farbliche Zuordnen von Hinweis und Frage.

Bevor nun die eigentliche Arbeit am Auftrag beginnt, soll eine Zeitschätzung vorgenommen werden: Wie viel Zeit möchte ich mit welcher Aufgabe verbringen? Eine grobe Orientierung bietet die Lehrkraft dadurch, dass sie mitteilt, für wie viele Unterrichtsstunden der vorliegende Auftrag gedacht ist. Diese Bearbeitungsstufe ist wieder ein Beitrag zum Erlernen eines individuellen Zeitmanagements.

Erste Vorüberlegungen, z.B. zu der Frage „welche bereits vorhandenen Kenntnisse könnten mir bei der Bearbeitung dieses Auftrages weiterhelfen?“, werden in einer fünften Phase notiert.
Erst im sechsten und letzten Schritt wird der eigentliche Auftrag bearbeitet, d.h. die Impulsfragen werden nacheinander abgearbeitet und danach eine Antwort auf die zentrale Frage gefunden.
Ein entsprechendes Vorgehen hat in unseren Projektklassen zu einer deutlichen Reduktion von globalen Sinnfragen und Verunsicherungen auf Schülerseite geführt. Die Aufträge wurden zielgerichteter und selbstverständlicher bearbeitet als vorher. Fragen wurden konkreter formuliert.

Schreiben im Lernjournal

Ihre Ideen zu unseren Arbeitsaufträgen legen die Schülerinnen und Schüler in ihrem mathematischen Lernjournal dar. Erfahrungsgemäß fällt es Schülern der 5. Klasse sehr schwer, ihre Gedanken schriftlich zu fassen. Nach unseren Beobachtungen stoßen sie vor allem auf zwei Probleme:

- Welche Gedanken sind es wert, notiert zu werden?
- Wie sollte die äußere Struktur eines solchen Aufschriebes aussehen?

Für beide Problemfelder eignen sich auf Folie kopierte Journalabschnitte von Mitschülern, die im Plenum besprochen werden. Durch die Vorgabe von Beispielen unterschiedlichster Art wird die Unsicherheit abgebaut, das Selbstvertrauen dagegen gestärkt.
Dennoch lohnt es sich, auf beide Probleme einzeln einzugehen, was im Folgenden geschehen soll.
Gallin und Ruf formulieren zur ersten Phase des Lernens im dialogischen Unterricht:

> „Es geht in dieser Phase ausschließlich darum, herauszufinden, wo und wie ein Lernender sich durch die Sache zum Handeln veranlasst sieht. Es gilt, und das ist die Hauptaufgabe der Lehrperson in dieser Phase, Eigenart und Intention dieses Handelns freizulegen, weil darin der Keim für zukünftige Leistungen steckt.“

Daher wird unmittelbar klar, dass prinzipiell erst einmal jede – wie auch immer geartete – Reaktion eines Schülers in Form einer Tagebuchnotiz erlaubt ist.
In Band 1 ihres „Dialogisches Lernen in Sprache und Mathematik“ („Austausch unter Ungleichen“) benennen sie unterschiedliche Arten des Umgangs mit neuen Inhalten – sachzugewandt, sachabgewandt, sachnah und sachfern. Die beiden ersten Umschreibungen werden einer Kategorie zugeordnet, die beiden letzten einer anderen. D.h., die Herangehensweise eines Schülers an ein mathematisches Problem kann z.B. gleichzeitig sachabgewandt und sachnah sein, etwa wenn Mathematik als solche aus (vermeintlich) rein rationalen Gründen abgelehnt wird („Ohne Mathematik gäbe es keine Massenvernichtung“).

Dieses Modell beinhaltet auch sachferne und sachabgewandte Verhaltensweisen bei Schülern, wie etwa die Aussage „Ich möchte lieber Fußball spielen“ oder „Mich interessieren nur die Noten“.

Die Arbeit im Lernjournal erlaubt es prinzipiell, dass auch solche Kernideen sich ihren Weg bahnen. Allerdings sind diese manchmal ein Hinweis darauf, dass die prinzipielle Einstellung des Kindes oder des Elternhauses zum Lernen und zur Schule gestört ist. Diese Äußerungen sind damit ein wertvolles Instrumentarium der Diagnose von Störungen, die uns Lehrern ansonsten oft nicht auffallen, die den Lernprozess einer ganzen Klasse aber empfindlich stören können. In solchen Fällen sollte man die Eltern ansprechen und auch vor der Empfehlung, professionelle Hilfe in Anspruch zu nehmen, nicht zurückschrecken.

Meist gehören Tagebucheinträge aber einer der drei anderen Kategorien an, und damit kann man als Lehrkraft an die geäußerte Kernidee anknüpfen. Kleine Bemerkungen, Kommentare der Lehrkraft am Rand des Lernjournales ermöglichen es den Kindern, sich sehr individuell und sinnvoll mit der vom Lehrer vorgegebenen Kernfrage zu beschäftigen. Dies bedeutet nicht zwangsläufig, dass die im Einzelnen gefundene Antwort auf die zentrale Frage „die Richtige“ ist. Sie kennzeichnet vielmehr den momentanen Standpunkt eines Kindes im Laufe einer höchst singulären Entwicklung und ist damit per se „richtig“ und vor allem wichtig.

Konkret bedeutet das, dass die Kinder immer wieder zum Schreiben animiert werden müssen – sie sollen Vertrauen fassen, dass ihre Ideen nicht abgelehnt werden. Dazu hat es sich als zweckmäßig erwiesen, immer wieder in unregelmäßigen Abständen einzelne Schülerantworten zu Lehrerimpulsen auf Folie zu kopieren und dem Plenum vorzustellen. Gedacht ist dabei vor allem daran, die Vielfalt an unterschiedlichen Kernideen und den speziellen Wert einer Antwort aufzuzeigen.

Wenn die Kinder dann an das Schreiben gewöhnt sind, sollte man bei dieser Gelegenheit auch die unterschiedliche Bewertung eines Auftrages exemplarisch deutlich machen: Wer hat sich wie weit zu gehen getraut? Wie wurde mit Problemen umgegangen? Wie viele unterschiedliche Vorgehensweisen wurden erprobt? Wurden sie in irgendeiner Form als geschickt bewertet oder bewusst verworfen?

Solche Diskussionen dienen vor allem dazu, nicht zu schnell aufzugeben und mit Problemen kreativ umzugehen.

Präsentationskompetenz

Die Schulung der Präsentationskompetenz sollte in Klasse 6 behutsam an sehr kleinen, bescheidenen Kurzvorträgen erlernt werden. Keiner der Vorträge sollte länger als 2 bis 3 Minuten dauern. Die Vorbereitungsphase auf einen solchen Vortrag muss ebenfalls mehrfach gelernt und geübt werden, Probevorträge mit intensivem Feedback im Plenum müssen die Angst vor dem „großen Auftritt" vor Publikum nehmen. Dazu hat sich folgendes Vorgehen bewährt:

	Auftrag	Ziele	Zeit
1	DIN A5-„Spickzettel" mit Stichworten beschreiben	➢ *Strukturieren des Auftrages* ➢ *Nochmaliges Durchdenken der Thematik*	10 Min.
2	Dem Nachbarn in 2 Minuten das Referat halten	➢ *Zeitgefühl entwickeln* ➢ *Nachbar soll Inhalt genau prüfen*	2 Min.
3	Kritik des Nachbarn an Inhalt und Form ⇒ Überarbeiten d. Spickzettels	➢ *Korrektur v. Inhalt und Verständlichkeit* ➢ *Zeitplan*	5 Min.
4	Wechsel der Rollen	➢ *s.o.*	7 Min.
5	Vorträge vor dem Plenum	➢ *„Lampenfieber" bewältigen*	3 Min.
6	Feedbackrunde im Plenum	➢ *Rückmeldung* ➢ *Bewertung*	5-10 Min.

Bevor die Kinder allerdings einen solchen Vortrag vorbereiten und halten können, muss ihnen die prinzipielle Struktur eines Kurzvortrages in der Mathematik transparent und einleuchtend gemacht werden. Diese Struktur ist sicherlich variierbar und hängt ganz entscheidend vom Geschmack der Lehrkraft ab, daher ist der folgende 5-Stufen-Plan auch nur als Vorschlag zu verstehen:

Aufbau einer Präsentation in der Unterstufe

1. Das Thema nennen (evtl. anschreiben)
2. Problem- oder Fragestellung schildern[5]
3. Ein oder zwei geeignete (Rechen-)Beispiele erläutern[6]
4. Die Regel am Beispiel begründen[7]
5. Die Regel abschließend nochmals zusammenfassen

Wenn man die Kurzvorträge bewerten möchte, bietet sich eine ganz einfache Vorgehensweise an:

[5] Hier wird dem Zuhörer erklärt, welche Fragen im Vortrag geklärt werden sollen – eine Hilfe im Sinne der besseren Verständlichkeit (eine Art Vorabgliederung).

[6] Diese Rechenbeispiele zu finden, erweist sich oft als sehr schwer für die Kinder: Sie sollen nicht zu einfach sein, denn evtl. sieht man dann das Prinzip, das erklärt werden soll, gar nicht. Sie sollen aber auch nicht zu komplex sein, da der Vortrag sonst zu lange dauert und nicht das Wesentliche zum Thema, sondern die Rechenakrobatik im Vordergrund steht. Daher müssen sie möglichst viele Beispiele durchspielen dürfen.

[7] Dieser Schritt gelingt nur *wenigen* Schülern, nämlich genau denen, denen der Sinn von Beweisen bereits klar geworden ist. Das ist aber nicht schlimm – wer diese Stufe bewältigt, hat sich eben die Note 1 verdient (bei entsprechender Erfüllung aller anderen Kriterien).

Die Note 1 wird nur erteilt, wenn alle Punkte der Vortragsgliederung (inklusive Begründung) mit höchstens kleinen Mängeln sehr gut erfüllt wurden.
Fehlt die Begründung, ist die Präsentation ansonsten sehr gut (Inhalt und Form), gibt man die Note 2.
Fehler bei Inhalt oder Form führen je nach subjektiv empfundener Schwere zur Abwertung (Note 2/3 und schlechter).
Wichtig bei der Notenvergabe ist jedoch die Transparenz der Notenentscheidung. Hier steht die Rückmeldefunktion der Note klar im Vordergrund.
Um das zu unterstreichen, muss nach jeder Präsentation im Plenum ein ca. 5-minütiges Klassenfeedback erfolgen, das die positiven und die negativen Aspekte des gehörten Vortrages nennt (die Höflichkeit anderen gegenüber muss an dieser Stelle in einigen Klassen unbedingt thematisiert und eingefordert werden!). Die Lehrkraft fasst die wesentlichen genannten Aspekte im Anschluss noch einmal vor der Klasse zusammen und fügt eventuell nicht genanntes ein. Im Idealfall sollte die Referentin bzw. der Referent stichwortartig mitschreiben, um einen nachhaltigen Lerneffekt zu erzielen.
Im Folgenden können Sie einen – größtenteils authentischen – Kurzvortrag einer 6.-Klässlerin aus meinem Unterricht nachlesen:

„Hallo alle zusammen, mein Thema ist die **Multiplikation von Dezimalzahlen**!

Das Problem bei der Multiplikation von zwei Kommazahlen ist, dass man zuerst nicht weiß, wo man im Ergebnis das Komma hinsetzen muss. Aber ich zeige euch nun, wie man das macht.

Mein Beispiel ist: 7,56m · 13,2m

Zuerst wandele ich alles in die Einheit cm um, dann habe ich keine Kommas mehr zu beachten und weiß schon, wie ich das rechnen kann:

756cm · 1320cm = 997920cm²

Jetzt rechne ich das Ergebnis wieder in die ursprüngliche Einheit um: $\underline{\underline{99{,}7920\text{m}^2}}$. (Die Null am Ende kann man weglassen!)

Wenn ich keine **Längen** sondern **Zahlen** verwende, kann ich mir mit einer Überschlagsrechnung helfen. Hier z.B. 8 · 13 = $\underline{\underline{104}}$. Ich muss das Komma so setzen, dass das Ergebnis in der Nähe von 104 liegt. Da kommt nur die Stelle zwischen der zweiten 9 und der 7 in Frage.

Daran erkennt man: Man muss abzählen, wie viele Nachkommastellen meine beiden Faktoren am Anfang haben. Das Ergebnis hat dann so viele Nachkommastellen wie beide Faktoren zusammen (ich zähle das von rechts ab!).“

3. Persönliche Erfahrungen mit Schülern

3.1. Die Geschichte von Kai (von Monica Hettrich)

Ich lernte Kai vor etwa einem Jahr als einen der 12 Jungen in der 27 Köpfe zählenden Klasse 5b am Gymnasium Möckmühl kennen. Gleich zu Beginn des Mathematikunterrichtes, der ja „etwas anders“ ablaufen sollte als der gewohnte Gang in der Grundschule, machte Kai mir klar, dass ihm an Mathematik *sehr viel*, an Deutsch jedoch *gar nichts* liege. Er präzisierte seine Feststellung dahingehend, dass ich mit meinem Unterricht ihm sein Lieblingsfach nun auch noch durch völlig unnötige Aufträge und Schreibarbeiten madig mache. Er sehe den Sinn in diesem Tun überhaupt nicht ein, schließlich müsse man in Mathematik doch *rechnen*, dies sei das typische Charakteristikum dieses Faches schlechthin, was ihm – wie erwähnt – ja gerade sehr entgegen käme.
Zu diesem Zeitpunkt konfrontierte ich die Klasse gerade mit den ersten Aufträgen zum Thema „Stellenwertsysteme“, die allgemein auf großes Erstaunen, wenn nicht sogar Ablehnung stießen. Mich bewegte damals schon die Frage, wie ich diesem Jungen wieder Freude am Fach vermitteln könnte. Das Vorhaben schien zunächst aussichtslos. Zusehends störte Kai im Unterricht, war schlecht gelaunt – das ganze Gymnasium gefiel ihm nicht besonders. Doch in einem der Aufträge lieferte eine „Rampe“ eine für Kai interessante Aufgabenstellung: Wie multipliziert man zwei Zahlen in anderen Stellenwertsystemen als im Dezimalsystem? Das Binärsystem war schnell ad acta gelegt, viel spannender schien da die Beschäftigung mit dem 16er-System. Eines Tages kam er mit einer ersten Kernidee:
Der Übertrag muss stimmen! Bei Multiplikation von $(A)_{16}$ mit $(A)_{16}$ muss ja 100 im Dezimalsystem herauskommen und damit $(64)_{16}$. Der Keim einer Lösung war geboren! Kai war mit diesem Ansatz bereits zufrieden. So vollständig zufrieden, dass er ihn im Förderunterricht vor den MitschülerInnen präsentierte. Aber Klassenkameradin Verena hatte die Idee bereits viel weiter ausgebaut – sie multiplizierte schon vierstellige Zahlen im 16er-System souverän. Kai war erstaunt: er hatte noch nicht alles herausgefunden, es gab noch mehr! Kai war begeistert. Er hatte alleine etwas geschafft, was viele andere nicht geschafft hatten und es gab immer noch Entwicklungsspielräume! Mit großem Engagement wandte er sich der Division im 16er-System zu ...
Kurz und gut: Kai war tatsächlich ein Fan des dialogischen Prinzips geworden. Nicht nur das: Der Junge, der in Deutsch freiwillig keine Zeile schreibt, keine Jugendbücher liest, sondern lieber mit Computern spielt, schrieb nun regelrechte Romane in seinem Journal. Oft kam er nach einzelnen Mathestunden zu mir und ließ mich an seinen neusten Entdeckungen teilhaben. Dennoch ist heute wie damals sein Verbleib am Gymnasium äußerst ungewiss, gehört er doch zu den wenigen Kindern, die nach einem vollen Jahr Fremdsprachenunterricht immer noch nicht wissen, dass „new“ nicht wie „nef“ ausgesprochen wird.

Das war vor etwa einem Jahr. Am vergangenen Dienstag stieg ich mit dem sehr kurzen Auftrag aus unserer Arbeitsgruppe und der unheimlich netten Geschichte aus Annemarie Paulitschs „Zu Gast bei Brüchen und ganzen Zahlen“ in die Dezimalzahlen ein [Paulitsch, 1997].
Ich war bereits im Vorhinein sehr zwiespältig, ob der Auftrag „das Richtige“ für meine Klasse zu diesem Zeitpunkt sein würde. Das Thema schloss an die Symmetrieabbildungen an, die teilweise frontal, teilweise mit kleineren Aufträgen gestaltet worden war. Große fachliche Herausforderungen hatte diese Unterrichtssequenz höchstens an einzelnen Stellen (Rampen) gehabt. Die Kinder waren gut mit diesen Aufträgen zurecht gekommen, die erste Klassenarbeit in Klasse 6 ordentlich ausgefallen.
Sollte ich nun aufgrund der guten Erfahrung mit Kurzaufträgen dabei bleiben und lieber mehrere kurze Aufträge zum Themenbereich Dezimalzahlen stellen, Schwierigkeiten in die Rampen verbannen und eine ruhige Zeit in Sachen Elternarbeit anvisieren oder würde dabei die Mathematik auf der Strecke bleiben?
Ich entschied mich *für* den Auftrag. Er war auf Anhieb außerordentlich beliebt bei den meisten Kindern: Die Bruchzahlenzwerge kamen gut an, Kommentare wie „So einfache Aufträge können Sie uns ruhig öfter mitbringen!“ oder „Ich habe schon eine Antwort auf die zentrale Frage, darf ich sie gleich aufschreiben, ohne die anderen Aufgaben zu machen?“ fielen. Mein ungutes Gefühl wuchs weiter an. Aber schlecht war der Auftrag ganz bestimmt nicht!
Jede(r) wollte freiwillig den Auftrag abgeben, aber das ließ ich dann mit dem Argument, dass keine Rampe enthalten sei, nicht zu.
Nach der Stunde kam Kai zu mir. Mit ernstem Gesicht fragte er: „Machen wir dieses neue Thema noch lange?“. „Nun“, erwiderte ich „einige Wochen schon ...“. Hatte ich ein glückliches Gesicht erwartet, so hatte ich mich getäuscht: „Och Mann – das, was da gefragt war, hatte ich doch letztes Jahr alles schon herausgefunden ...!“ Das Gesicht erhellte sich erst wieder, als ich ihm versicherte, dass dies nur der Einstieg ins Thema gewesen sei und wir später auch noch schwierigere Rechnungen mit den neuen Kommazahlen ausführen würden.
Im Nachhinein muss ich mir eingestehen, dass ich den Jungen noch mehr mag für diese herbe Kritik an meinem Unterricht. Er hatte mir die Augen geöffnet: Es ist ungerecht, seinem Leistungswillen keine Anreize zu bieten! Es kommen mir keine kurzen und leicht verständlichen Aufträge, die um des lieben Frieden in der Schülerschaft Willens in Kauf genommen werden, mehr ins Haus!
Im Gegenteil: Ich entschloss mich dazu, gleich den nächsten Auftrag mit immens viel Text zu mathematischen Inhalten zu füllen. Der Gedanke, sich mit Lernorganisation zu beschäftigen, um den Kindern das Bearbeiten eines „schwierigeren“ Auftrages zu ermöglichen, wie von Helmut Neunhöffer bereits als sehr dringlich angesprochen, schien mir immer einleuchtender.
Am folgenden Tag sprach ich sofort die Deutschkollegin und Klassenlehrerin der 6b, Sonja Reichert, an, wann sie wohl Textinterpretationen behandeln würde. Die Antwort: Jetzt!

Prima – das Schema, das sie anwandte, erläuterte sie mir schnell, ich setzte es für meine Zwecke um und im Unterricht ein. Im fragend-entwickelnden Unterricht entstand der folgende Grundsatzplan:

Wie bearbeite ich einen Auftrag sinnvoll?

1. Erstes Lesen des gesamten Auftrages (kann ruhig noch recht oberflächlich sein)
2. Die zentrale Frage gründlich lesen, sie ist der „rote Faden“ durch die Aufgaben und Texte im Auftrag – also immer im Hinterkopf behalten
3. Zweites Lesen: Alles, was Informationen zu einer bestimmten Aufgabe bzw. Fragestellung liefert, in der selben Farbe unterstreichen / markieren
4. Herausschreiben von Fragen zum Text, ersten Vorüberlegungen, „Topics“ am Rand des Arbeitsblattes notieren
5. Arbeitszeit einteilen auf die gesamten Aufgabenstellungen und die zentrale Frage
6. Erst jetzt wird der Auftrag „richtig“ bearbeitet, zum Schluss die Antwort auf die zentrale Frage gefunden

Dieser Plan wurde konsequent auf den (inhaltlich nicht besonders anspruchsvollen, aber sehr textreichen) Auftrag zur Anordnung der Kommazahlen auf dem Zahlenstrahl angewandt – mit Erfolg!!! Die Kinder arbeiteten deutlich zielgerichteter als vorher an den Aufträgen. Das Prinzip werde ich unbedingt weiterbehalten und – wenn möglich – noch verfeinern. Eine Hospitation im Deutschunterricht der Klasse soll dabei helfen.

Übrigens kam Kai heute – nach Bearbeitung dieses neuen Auftrages – zu mir und fragte mich, ob natürliche Zahlen eigentlich auch Kommazahlen seien. Als ich dies bejahte, glänzten seine Augen bei folgenden Worten: „Ich verstehe – das ist wie bei den Rechtecken und den Parallelogrammen: Das eine gehört zum anderen dazu, ist nur spezieller.“

Was soll ich weiter schreiben: Nicht nur seine Augen glänzten danach ...

3.2. Nadja und die Magie der Null (von Monica Hettrich)

Als ich in der 5. Stunde zu einer Doppelstunde in meiner Klasse 5a vom Lehrerzimmer aus aufbrach, befürchtete ich wie immer, dass die kommenden zwei Stunden für alle Beteiligten wieder einmal schwierig werden würden: 5. und 6. Stunde an einem Freitag sind für eine 5. Klasse ziemlich hart, vor allem dann, wenn sie dann eine Doppelstunde Mathematik hat.
Wie immer hatte ich mich gut mit einem Arbeitsauftrag („Wie die Zahlen verstecken spielen“) und verschiedenen kleinen Dingen gewappnet, wild entschlossen, das Beste aus der Situation zu machen.
Doch als ich dann in die Klasse hineinkam, musste ich mich sofort wieder ärgern, da die Kinder unruhig waren, nicht einmal das Begrüßungszeremoniell abwarten konnten und einfach Bemerkungen laut in die Klasse hineinriefen. Nach meinem „Guten Morgen!“ und der Antwort der Klasse hörte ich Vasilis fordernde Stimme: „Wann lernen wir denn endlich, warum man nicht durch Null teilen darf?!?“. Ich hielt inne und sah auf, was die vorwitzige Jâana ermutigte, ebenfalls zu rufen: „Genau – wir wollen das endlich wissen!“. Công ergänzte: „Sie haben uns das *versprochen*!“. Unruhe entstand, da verschiedene Kinder auf diese unerlaubten Zwischenrufe mit ebenfalls unerlaubten Kommentaren antworteten. Dennoch, in diesem Moment entschied ich, meine Pläne für die Stunde über den Haufen zu werfen, und mich der Frage von Vasilis zu widmen: „So – ihr wollt also *wirklich* wissen, weshalb man nicht durch Null teilen darf?“. Das Unglaubliche geschah – zehn Kinder schrieen zugleich „Ja!!!“ und rissen ihre Arme in die Luft. Ich hatte wohl bemerkt, dass die sensible Diana, die matheängstliche Nadja und der mathehassende Sergio während dessen „Nein!“ gerufen hatten, aber die Mehrheit hatte offensichtlich wirklich an der Fragestellung Interesse. Nun gut, dann sollten sie ihre Chance bekommen ...
Den passenden Auftrag hatte ich natürlich nicht kopiert, weil ich mir ja ein anderes Programm für diese Stunde vorgenommen hatte, daher schrieb ich einiges dazu an die Tafel:

<u>Division durch Null</u>

Warum darf man eigentlich nicht durch Null teilen?

oder

Was passiert, wenn man es *doch* tut?

1. Was denkst du, was sollte deiner Meinung nach bei der Rechnung 5 : 0 herauskommen? Warum?
2. Nimm die Zahl 100 und notiere alle Zahlen, die Teiler von 100 sind (die also die 100 teilen, so dass eine natürliche Zahl herauskommt). Teile dann die 100 zuerst durch ihren größten Teiler, dann durch den zweitgrößten Teiler usw. bis zum kleinsten Teiler. Was fällt dir bei den Ergebnissen auf?
3. Begründe mit deinen Ergebnissen aus 2.: Was denkst du nun, was bei 5 : 0 herauskommen sollte?

Der Auftrag wurde noch kurz besprochen, nachdem die Kinder ihn in ihrem Lernjournal notiert hatten, dann begannen sie ihre Arbeit daran.

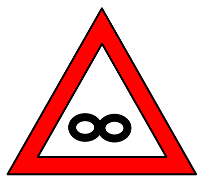
Viele Kinder vermuteten, dass das Ergebnis der Rechnung 5 : 0 die 5 sein sollte oder eben Null. Andere Kinder ergänzten dazu, dass sie dieser eigenen Vermutung aber misstrauten, weil die Multiplikationsprobe einfach nicht klappte. Diana rief mich an ihren Platz, „Kann man dazu nicht die Frage stellen, wie viel Stücke Torte Null Leute von 5 Torten bekommen würden ...?“. Sie wirkte verunsichert, „Das ist doch irgendwie *komisch*, Frau Hettrich – kann man das wirklich so sagen?“. Ich ermutigte sie dazu, ihre Frage zu notieren und versicherte ihr, dass dies ein entscheidender Schritt zu unseren beiden Fragen sei. Jâana neben ihr murmelte „Aber dann bekommt doch jeder *unendlich viel* ...!?“. Jenna winkte mich aufgeregt zu ihr in die letzte Bankreihe: „Wenn man versucht, die Aufgabe *schriftlich* zu rechnen, dann taucht doch gleich die Frage auf, wie oft die Null in die 5 hineinpasst. Aber das wäre ja dann unendlich oft ...“.

Ich habe die Kinder dieser Klasse *noch nie* so hochkonzentriert an einem Problem arbeiten sehen, wie in diesen Minuten.

Die ersten Kinder beschäftigten sich dann mit den Teilern von 100. Seyma hatte gemeinsam mit Maria-Christina schon 8 Stück gefunden und teilte die 100 der Reihe nach durch die gefundenen Zahlen. Vasilis’ Augen leuchteten, als er die ersten Ergebnisse sah und sogleich an die Zweierpotenzen denken musste – doch die Reihe wurde leider gleich durch die 5 und die 10 zerstört ... „Hm, *das* ist es nicht ...“

Nach ca. 20 Minuten sprachen wir zusammen über die Überlegungen der Kinder. Alle hatten bemerkt, dass die Ergebnisse der Divisionen die Teiler reproduzierten. Sie sahen zudem etliche Regelmäßigkeiten bei den auftauchenden Zahlen. Ich lenkte ihren Blick auf die Größe der Ergebnisse. „Ja“ rief Nadja, „die Ergebnisse werden größer, wenn die Teiler kleiner werden!“. Der skeptische Sergio verstand: „Dann muss das Ergebnis beim Teilen durch Null größer sein als die Hundert selbst!“.

Jâanas Taschenrechner verriet uns dann, dass beim Teilen durch Kommazahlen zwischen 0 und 1 das Ergebnis sehr schnell *sehr* groß wird. Und Jenna sah sich sofort darin bestätigt, dass dann eine unendlich große Zahl herauskommen müsste. Die Frage nach der Schreibweise führte uns auf das Zeichen für „Unendlich“ und warum dies wohl durch eine querliegende 8 symbolisiert wird.
„Und warum darf ich dann nicht durch Null teilen – da kommt doch etwas Schönes heraus?!“ fragte mich Nadja, die auf einmal gar keine Angst mehr vor den Zahlen zeigte. Erstaunlich schnell waren die Kinder davon überzeugt, dass dieses „Unendlich“ keine „ordentliche Zahl“ sein kann, weil man zu jeder noch so riesigen Zahl immer noch eine größere findet und das dann nie ein Ende nimmt. Ich notierte unter unsere Überlegungen den Satz „Darum darf man durch Null nicht teilen“ und zeichnete ein Achtung-Schild mit Ausrufezeichen im roten Dreieck an die Tafel. Ceyhan rief: „Eigentlich müsste man da kein Ausrufezeichen, sondern ein Unendlich-Zeichen hineinmalen – *Achtung, Unendlich*!“. Das setzte ich natürlich sofort um ...



Vasilis war noch nicht ganz zufrieden: „Aber warum kommt dann denn bei $0 \cdot 5 = 0$ heraus?“. Wir unterhielten uns daraufhin über die Sonderstellung der Null bei den Punktrechnungen – die Null erschien irgendwie magisch: „Entweder sie macht alles zunichte oder sie lässt alles unendlich anwachsen. Bei der Addition und der Subtraktion ist sie übrigens völlig zahm und unauffällig – sie verändert nämlich gar nichts!“. „Aufhören!“ rief Nadja mit einem Lachen im Gesicht, „wenn ich am Wochenende Alpträume von der Null bekomme, sind *Sie* schuld, Frau Hettrich! Bestimmt träume ich, wie die Null meinen Tisch vernichtet oder mein Bett unendlich groß macht ...“. Diana sagte klar und deutlich in ihrer unglaublich abgeklärten Art, dass dies endlich mal ein wirklich interessantes Thema in der Mathematik gewesen sei und so etwas ruhig öfter behandelt werden dürfte.

Spätestens jetzt wusste ich, dass ich zu Beginn der Stunde *richtig* entschieden hatte: Die Kinder hatten eine Menge Spaß gehabt mit der Null und die Doppelstunde war wie im Flug vergangen. Es war ein *ureigenes Anliegen* der Kinder gewesen, sich mit dieser Fragestellung auseinander zu setzen. Das Beste aber war, dass Nadjas Botschaft an mich *nicht* die war, dass ich ihr Angst vor den Zahlen gemacht hatte, sondern dass sie ihre Seele einen Spalt breit für die Zahlen *geöffnet* hatte, denn sie malte sich bereits Geschichten zur Null aus ...

Wie passend, dass ich noch eine Viertelstunde für meine Geschichte „Wie die Zahlen Verstecken spielen“ hatte, denn das löste ein Wunder aus: Kaum hatte ich die Geschichte vorgelesen und den Kindern die Bildchen von den Zahlen 50; 124 und 11 gezeigt, riefen sie „Und wir dürfen jetzt auch Zahlen verstecken?! Au ja!“. Ich teilte den Kindern den Auftrag aus mit dem ausdrücklichen Hinweis, dass sie *nur* Aufgabe 1 als Hausaufgabe machen sollten. Jâana rief „Und wenn ich die *anderen* Aufgaben *doch* schon machen will?“. Vasilis ergänzte: „Kann ich die anderen Aufgaben am Wochenende wenigstens schon mal *durchlesen*?“. Diana blickte mich flehentlich an: „*Bitte*“, sagte sie, „ich bin doch *so neugierig*!“. Nadja hörte schon lange nicht mehr hin, weil sie viel zu sehr mit dem Zahlen-Verstecken beschäftigt war ...

Mir fiel dazu einfach gar nichts mehr ein ...

3.3. Warum der Lehrer manchmal auf einen Stuhl steigen muss

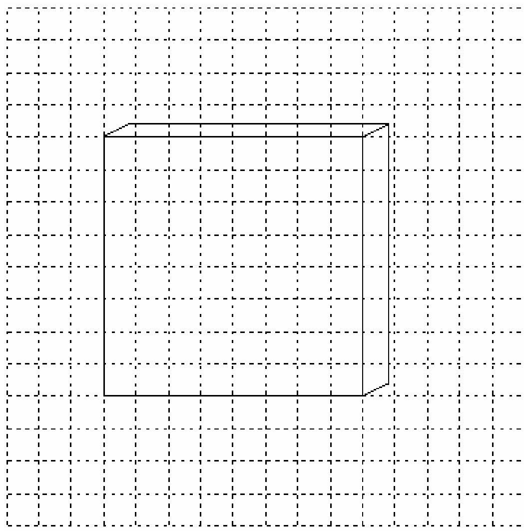
(von Helmut Neunhöffer)

Die folgende Episode zeigt, wie auch der Lehrer von Schülern der 5. Klasse etwas lernen kann, wenn er sich auf den „Dialog unter Ungleichen“ erst einmal einlässt; die professionelle Betrachtungsweise hat nämlich manchmal durchaus ihre Tücken!

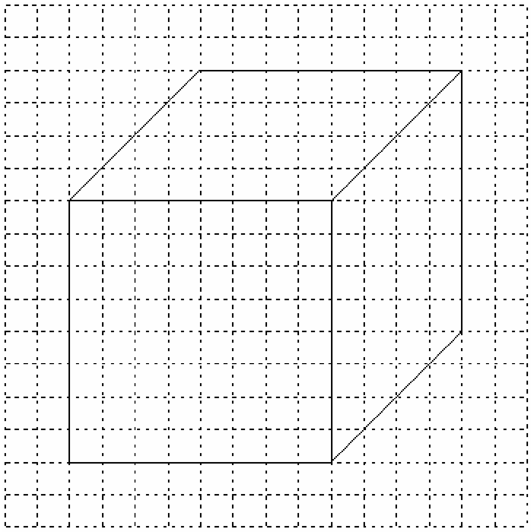
Der Geometrie–Unterricht in Klasse 5 beginnt bei uns, einer Anregung aus dem Büchlein „Mathematik erleben“ von H. Köhler folgend, mit Pentominos, also Körpern, die man aus 5 Würfeln so bauen kann, dass diese immer mindestens einen anderen mit einer ganzen Fläche berühren.

Wenn man die Schüler auffordert, ein solches Pentomino zu bauen und dann zu zeichnen, kommen sofort Fragen: Von vorn? Von oben? Soll ich 3–D zeichnen? Die Antwort lautet: So, dass man seine Gestalt möglichst gut sieht! Man erhält dann viele, grundsätzlich verschiedene Möglichkeiten, von denen die meisten ihre eigenen Verdienste haben und in der Literatur mathematisch ausgearbeitet sind. Von all diesen möchte ich hier nur eine erwähnen, die man relativ häufig erhält und bei der ein Würfel so aussieht:

Die Kinder zeichnen den Würfel so, dass sie nur ganz knapp dahinterschauen können, und darin steckt eine (unbewusste) kluge Logik!



Natürlich muss man im Folgenden darauf eingehen, warum im Buch ganz bestimmte Schrägbilder gezeichnet werden, und einen Standard vorschlagen, nach dem die Kinder zeichnen sollen. Die Vorschriften in den Büchern unterscheiden sich; meistens wird ein Abbildungswinkel von 45° genommen, bei verschiedenen Verkürzungsfaktoren. Ich halte mich an den Abitursstandard in Baden-Württemberg, der eine Verkürzung von $\frac{1}{2}\sqrt{2}$ vorsieht, so dass man mit Kästchen arbeiten kann. Begründen kann man dies trotz schlechter Anschaulichkeit damit, dass man so wirklich konstruieren kann, und dass man auch die wahre Länge von Strecken aus dem Bild exakt entnehmen kann. Von dieser Stelle der Standardisierung handelt die Episode, über die ich berichten will.



Wir verglichen im Unterricht das Kantenmodell eines Würfels mit dem zugehörigen Schrägbild. Kritisch ist die Frage, warum Kanten parallel zur Bildebene in natürlicher Größe erscheinen. Als ich dies behauptete, machte ein eher schwächerer Schüler den Einwand: Das stimmt doch gar nicht! Je schräger man schaut, desto kürzer wird auch eine solche Kante!

Auf meine Aufforderung hin demonstrierte er seine Auffassung, indem er fast bis an die Wand neben der Tafel nach vorn ging, und sagte: Ich sehe die Kante kürzer!

Schlagartig wurde mir klar, dass der Schüler Recht hatte. Die gleiche Länge kommt nicht vom Schauen aus einer schrägen Richtung, sondern von der Parallel–Projektion, bei der die Bildebene nicht senkrecht zur Projektions–Richtung steht! Will man in einem Schrägbild den Körper mit den richtigen Längenverhältnissen sehen, muss man das Schrägbild aus der Projektionsrichtung anschauen! Bei einem Blatt Papier ist das ganz einfach. An der Tafel demonstrierte ich es, indem ich auf einen Stuhl stieg und von rechts oben schaute.

In Wirklichkeit schaut kein Mensch ein Schrägbild so an, sondern man stellt sich diese Blickrichtung nur vor.

Inzwischen ist mir klar geworden, dass die mangelnde Anschaulichkeit von Schrägbildern nicht an der fehlenden Fluchtpunkt–Perspektive liegt, sondern daran, dass man behauptet, von rechts oben zu schauen, während man in Wirklichkeit das Bild von vorn anschaut.

Der Einwand, man schaue nicht von rechts oben, sondern projiziere nur, ist nur eine Ausrede. Dann dürfte man nicht von sichtbaren und unsichtbaren Kanten sprechen, und das tun alle Bücher, die ich kenne!

Der Schüler hat ohne es zu wissen, deutlich gemacht, dass die professionelle Sichtweise eines Schrägbildes daran krankt, dass man aus zwei Richtungen gleichzeitig schauen muss. Die Kinder, die wie im 1. Bild zeichnen, sorgen dafür, dass diese zwei Richtungen möglichst ähnlich sind.

Die relativ lieblosen, begründungslosen Abschnitte aus den Schulbüchern zeigen, dass die Autoren zwar ein ungutes Gefühl hatten, sich des eigentlichen Problems aber nicht bewusst waren.

> Ehre die Kinder. Lausche andächtig ihren Worten und sprich zu ihnen mit unendlicher Liebe.
>
> Leo Szilard, 8. Gebot

4. Das Evaluationsverfahren

4.1. Unsere Intentionen

Gleichzeitig mit der Idee, nun durchgehend dialogisch in Klasse 5 bis 8 zu unterrichten, kam uns der Gedanke, dass wir unsere Ergebnisse im Rahmen einer wissenschaftlich durch universitäre Partner begleitete Vergleichsstudie untersuchen sollten. In diesem Zusammenhang entstanden nach einem ersten Testverfahren vor drei Jahren die Evaluationsbögen, die Sie hier im Folgenden einsehen können.

Auch außerhalb unseres Projektes können diese Bögen zu Beginn eines Schuljahres eingesetzt werden, um eine Rückmeldung für die „Effektivität“ des eigenen Unterrichts zu bekommen. Allerdings müssen die Bögen auf die konkrete Unterrichtssituation angepasst werden, da ja jede Schule ihre eigene thematische Vorgehensweise umsetzt. Für den Unterricht in vier Projekt- und vier Vergleichsgruppen in den Schuljahren 2003/2004 und 2004/2005 – und damit Unterricht nach den alten Lehrplänen – enthielten die Tests bewusst nicht nur Fragen zu behandelten Themen, sondern eben auch Inhalte, die unbekannt waren, oder sogenannte „Kapitänsaufgaben“ (weitere Erläuterungen dazu s.u.).

Um im Gesamtergebnis der Evaluation einen Vergleich der Schülerleistungen aus den einzelnen Tests anstellen zu können, müssen die Aufgaben in jahrgangsübergreifende Kategorien eingeteilt werden. Die Aufgaben der Evaluation sind sowohl fünf übergeordneten mathematischen Inhalten als auch sechs Kompetenzklassen zugeordnet. Die mathematischen Kategorien sind so gewählt, dass sie den Großteil der Themen umfassen, die in den Klassen 5–8 unterrichtet werden:

- Stellenwerte
- Räumliche Vorstellung
- Mathematisierung (Gleichungen aufstellen, Einsetzungsprozesse, ...)
- Abbildungen
- Neues und Unbekanntes

Die Kompetenzklassen entsprechen denen der Studie PISA-E und wurden nur um die Kompetenzstufe „Textverständnis“ ergänzt, um diesen wichtigen Aspekt des Dialogischen Mathematikunterrichts statistisch erfassen zu können:

- *Anwenden von technischen Fertigkeiten* (Klasse 1A in PISA-E):
  Diese Aufgaben erfordern nur einfache technische Fertigkeiten und / oder den Abruf von Faktenwissen.
- *Einschrittige Standardmodellierungen* (Klasse 1B in PISA-E):
  Hierzu gehören vor allem die so genannten eingekleideten Aufgaben.

- *Begriffliches Arbeiten* (Klasse 2A in PISA-E):
  Diese Aufgaben erfordern kaum Rechnungen, sondern zielen auf eine Lösung auf begrifflicher Ebene ab.
- *Mehrschrittige Standardmodellierungen* (Klasse 2B in PISA-E):
  Die Aufgaben erfordern mehrschrittige, rechnerische Modellierungsprozesse.
- *Strukturelle Verallgemeinerung* (Klasse 3 in PISA-E):
  Für diese Aufgaben ist eine Einsicht in die allgemeine Struktur mathematischer Inhalte notwendig.
- *Textverständnis* (nicht Bestandteil von PISA-E)

Die folgenden Tabellen zeigen, welche der Aufgaben der bisher durchgeführten Evaluationen zu welchen Themengebieten und Kompetenzstufen (nach dem alten Lehrplan G9) gehören:

Zuordnung der Aufgaben zu den Kompetenzklassen und Inhalten (Evaluation Klasse 5):

		Kompetenzklassen					
		Anwenden v. technischen Fertigkeiten	Einschrittige Standardmodellierungen	Begriffliches Arbeiten	Mehrschrittige Standardmodellierungen	Strukturelle Verallgemeinerung	Textverständnis
Mathematischer Inhalt	Stellenwerte	1	5 (Kapitän)				
	Räumliche Vorstellung		2 (Kapitän)		8		
	Mathematisierung	4	3				
	Abbildungen			7		9	
	Neues und Unbekanntes						6

Zuordnung der Aufgaben zu den Kompetenzklassen und Inhalten (Evaluation Klasse 6):

		Kompetenzklassen					
		Anwenden v. technischen Fertigkeiten	Einschrittige Standardmodellierungen	Begriffliches Arbeiten	Mehrschrittige Standardmodellierungen	Strukturelle Verallgemeinerung	Textverständnis
Mathematischer Inhalt	Stellenwerte				2		7
	Räumliche Vorstellung		3 (Kapitän)	1			
	Mathematisierung				8 (Kapitän)	4	
	Abbildungen	5					
	Neues und Unbekanntes		6				

Eine übersichtliche Information zum Thema „Kapitänsaufgaben“ findet sich in der Zulassungsarbeit Vanessa Korn, die sie in Zusammenhang mit unserer ersten Evaluationsstudie anfertigte [Korn, 2002]:

> „Ein Exkurs über die Französin Stella Baruk und ihre Gedanken zum Thema Kapitänsaufgaben leiten die Betrachtung dieser Aufgabengruppe ein.
>
> Eine Gruppe französischer Mathematiklehrer kam im Jahre 1980 auf die Idee, ihren Schülern die Aufgabe „Auf einem Schiff sind 26 Schafe und 10 Ziegen. Wie alt ist der Kapitän?“ zu stellen. Ausgehend hiervon entsteht eine Debatte um unlösbare Aufgaben im Mathematikunterricht (vgl. BARUK, ST. (1989): S. 29).
>
> Stella Baruk, Lehrerin und Didaktikerin, unterscheidet generell zwischen zwei Typen von Textaufgaben, nämlich zwischen den gewöhnlichen und den Unsinnaufgaben. Entscheidend für Stella Baruk ist, dass sie davon ausgeht, dass Kinder auch bei gewöhnlichen Aufgaben keinen Bezug zu ihrer tatsächlichen Lebenswelt sehen. Ihrer Meinung nach sehen Schüler den eigentlichen Sinn bei dieser Aufgabenform im Üben bestimmter Rechenoperationen. Demnach nutzt der Schüler seine gesamte Konzentration dafür, in der Aufgabe bekannte Anreize zu finden, welche die Anwendung eingeübter Lösungsschemata auslösen. Bei der Suche nach Bezügen zu ähnlichen, bereits behandelten Themen, spielt der Kern der Sache für den Schüler keine Rolle mehr. Demnach macht es keinen Unterschied, ob der Sinn verstanden ist oder nicht. Eine andere Möglichkeit, die Schüler beim Lösen von Textaufgaben häufig anwenden, ist, mit den durch die Aufgabe vorgegebenen Zahlen so zu operieren, dass sie zu einem für sie plausibel erscheinendem Ergebnis gelangen. Handeln die Schüler nach diesem Schema, bleibt der Sinn der Aufgabe völlig unbeachtet.
>
> Bei den von Baruk so bezeichneten Unsinnaufgaben kann von den Schülern überhaupt kein Rückschluss auf Bekanntes gezogen werden. Demnach haben sie hier keine andere Wahl, als sich auf ein plausibel erscheinendes Ergebnis zu konzentrieren. Erkennen Kinder die Unlösbarkeit der Aufgabe, geraten sie in einen Konflikt zwischen Rechendruck und Alltagslogik (vgl. SCHINDLER, H. (1997): S. 50). Die Schüler wissen zwar, dass die Aufgabe von der logischen Seite her gesehen nicht zu lösen ist, der für sie ungewöhnliche Zustand suggeriert ihnen jedoch gleichzeitig das Gefühl, „Es muss ja gehen!“ (SCHINDLER, H. (1997): S. 51). Teilweise verstärkt sich dieser Rechendruck so sehr in den Schülern, dass sie trotz ihrer Einschätzung, dass die Aufgabe unlösbar ist, versuchen, wenigstens irgendeine Rechenoperation durchzuführen (vgl. SCHINDLER, H. (1997): S. 51). Das folgende Beispiel drei Viertklässlerinnen zeigt dieses bei Kapitänsaufgaben immer wieder auftretende Problem sehr deutlich. Die Aufgabe, die ihnen vorgelegt wurde, lautet folgendermaßen:
>
> ‚Lena hat von ihrer Oma Geld zum Geburtstag bekommen. Sie kauft davon drei Päckchen Kaugummis für je 1,50 DM, zwei Packungen Kekse für je 2,30 DM, fünf Lutscher für je 50 Pf und ein Eis für 1,80 DM. Wieviel Geld gibt ihr die Verkäuferin zurück?‘
>
> Transkript zur Aufgabe
>
> < 1> Vanessa teilt die Aufgabenblätter aus
> < 2> alle lesen die Aufgabe durch
> < 3> Luca: Das geht doch gar nicht... wieviel Geld hat ihr die Oma denn gegeben?
> < 4> Francesca: gleichzeitig Aber wir wissen doch gar nicht...
> < 5> Tamara rechnet leise
> < 6> Luca: Was machstn du, Tami?
> < 7> Tamara: Ich rechne.

< 8> Luca: Was bringtn das?
< 9> Tamara: Ich rechne erstmal und guck dann, was ich machen muß.
<10> Francesca: Ach, ich rechne auch erstmal.
<11> Tamara und Francesca beginnen leise, die Beträge zu multiplizieren und
<12> anschließend zu addieren. Luca addiert alle Beträge einzeln
<13> sie erhalten zwei verschiedene Ergebnisse (Luca und Tamara erhalten das
<14> richtige Ergebnis (13,40), Francesca hat sich verrechnet (37,40)), sie ver-
<15> gleichen die Ergebnisse und finden den Fehler bei Francesca
<16> Tamara: Guck, Franzi, hier mußt du 13...
<17> Franzi: Ach ja... (rechnet) ... stimmt!
<18> Franzi: Vielleicht hat sie ja 20, dann können wir es ja ausrechnen...(ca. 4
<19> Sekunden)... dann kriegt sie 6 Mark 60.
<20> Luca: Eja, vielleicht hat sie ja auch 21 oder 30... oder 90... Die kann ja alles
<21> haben!!!
<22> Tamara: Vielleicht auch mehr?
<23> Francesca: Vielleicht.
<24> Denkpause (ca. 5 Sekunden)
<25> Francesca: Ich weiß! Von allen der Rest bis zu einer Mark – dann hat mans!
<26> Tamara und Luca gucken sich ungläubig an.
<27> Luca: wirft ihr Stift auf ihr Blatt Das geht doch gar net... Wie soll das denn
<28> gehen, wenn wir net wissen, wieviel Geld sie hat?
<29> Vanessa: Was genau geht denn nicht?
<30> Francesca: Wir wissen doch nicht, wieviel sie hat, dann können wir doch gar
<31> nix rechnen!
<32> Vanessa: Was müßtet ihr denn rechnen?
<33> Luca: Das Geld was sie hat minus das was sie kauft.
<34> Tamara: Aber die Aufgabe geht nicht, weil wir das ja nicht wissen.
<35> Luca: gleichzeitig Die Aufgabe geht überhaupt nicht.
<36> Vanessa: Stimmt, ihr habt recht.
<37> Francesca: Haben wir dann alles umsonst gerechnet?
<38> Vanessa: Hm, ja.
<39> Luca: Also geht sie doch nicht... hab ich ja gleich gesagt!

Das Transkript zeigt sehr deutlich, dass die Schülerin Luca bereits zu Beginn sicher ist, dass die Aufgabe nicht lösbar ist < 3>, sie lässt sich aber trotzdem von ihrem beiden Mitschülerinnen davon überzeugen, dass sie ersteinmal rechnen und dann überlegen, wonach eigentlich in der Aufgabe gefragt ist < 9>.

[...] Sogenannte Kapitänsaufgaben kann man in die Kategorie der offenen Aufgaben einordnen, weil sie aufgrund unzureichender Informationen nicht lösbar sind. Das oben aufgeführte Beispiel aus dem Buch von Stella Baruk verdeutlicht dies. Man kann das Alter des Kapitäns anhand der gegebenen Angaben nicht ermitteln. Voraussetzung dafür ist zum Beispiel die Angabe des Geburtsjahres des Kapitäns oder andere Angaben, welche die Berechnung des Alters ermöglichen würden.“

Wir haben mit dem Einsatz solcher unlösbaren oder Kapitänsaufgaben und deren expliziter Behandlung sowohl im Unterricht als auch in den Evaluationsverfahren gute Erfahrungen gemacht und können dies nur weiterempfehlen. Im Testbogen wird damit abgeprüft, wie gut das Textverständnis bei einer Aufgabe ist und wie selbstbewusst sich Kinder einer „unsinnigen“ Frage gegenüber verhalten: Bemerken sie die Unstimmigkeit in der Aufgabe? Schreiben sie gar nichts, weil ihnen der Mut dazu fehlt? Erkennen sie den Unterschied zwischen unlösbaren oder mehrdeutig lösbaren Aufgaben?

Setzt man solche Aufgaben gezielt auch im Unterricht ein, so werden die Schülerinnen und Schüler zum genaueren Lesen angehalten und beginnen wieder mehr, ihrer eigenen Intuition zu vertrauen. Damit leistet die Behandlung solcher „unsinnigen“ Aufgaben einen wertvollen Beitrag zum reflektierteren Umgang mit Inhalten.

4.2. Die Testbögen

Beginn Klasse 5

Liebe Schülerin, lieber Schüler,

du hast zur Bearbeitung der folgenden Aufgaben 45 Minuten Zeit.

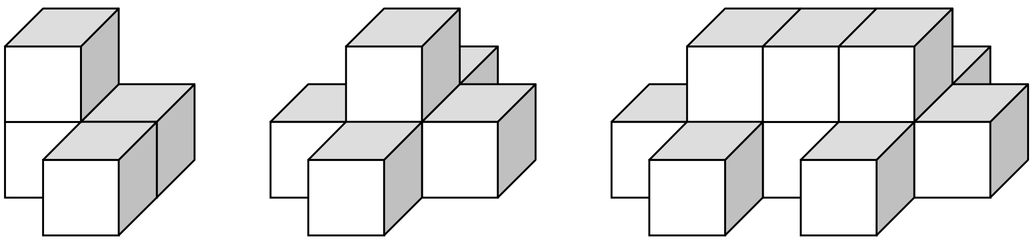
Beachte: Nicht alle Aufgaben sind lösbar! Solltest du daher bei einer Aufgabe nicht weiterkommen, dann notiere dein Problem zu der Aufgabe und arbeite an der nächsten Aufgabe weiter, damit du möglichst viele Aufgaben bearbeitest.

Bitte ankreuzen: Bist du ein Junge ❑ oder ein Mädchen ❑ ?

Aufgabe 1: Ordne die Gewichte nach ihrer Größe! Beginne mit dem kleinsten Gewicht!

5600 g, 34 kg, 48000000 g, 27 t

Aufgabe 2: Johann hat aus Bauklötzen drei verschiedene Körper gebaut. Wie viele Bauklötze hat er jeweils benützt? (Schreibe die Zahl in die Kästchen!)



Beschreibe, wie du beim rechten Körper auf die Zahl der Bauklötze gekommen bist!

Aufgabe 3: Lisa schreibt die Rechnung 12 : 4 – 2 – 1 = 5 auf. „Das ist doch falsch!“, ruft Paul und lacht. Lisa wehrt sich: „Du musst natürlich noch passende Klammern einsetzen!“

Füge die Klammern so ein, dass Lisas Rechnung stimmt!

12 : 4 – 2 – 1 = 5

Aufgabe 4: Es ist: 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 = 45

Berechne: 2 + 4 + 6 + 8 + 10 + 12 + 14 + 16 + 18 = $\boxed{}$

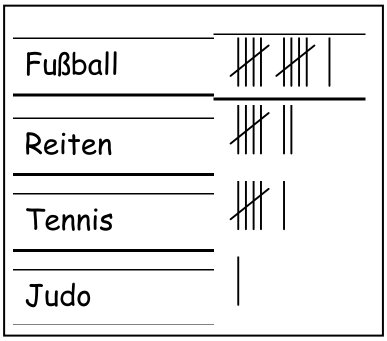
Beschreibe in Worten, wie Du das gerechnet hast:

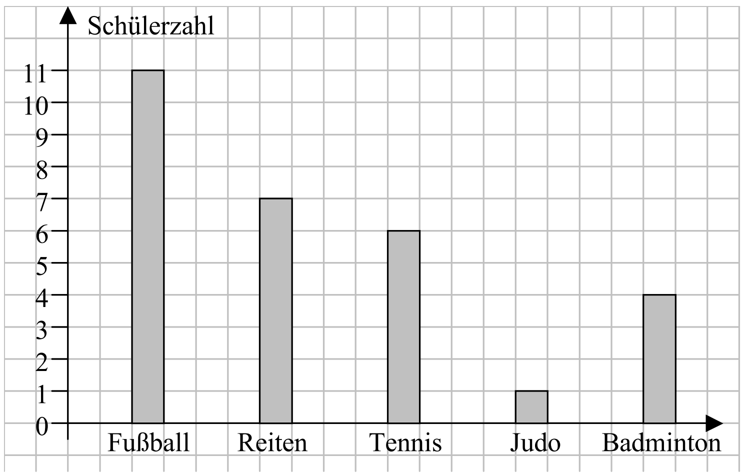
Aufgabe 5: Lisa hat von ihrer Oma Geld zum Geburtstag bekommen. Sie kauft davon drei Päckchen Kaugummis für je 1 €, zwei Packungen Kekse für je 1,50 € und fünf Lutscher für je 50 Cent. Wie viel Geld gibt ihr die Verkäuferin zurück?

Antwort:

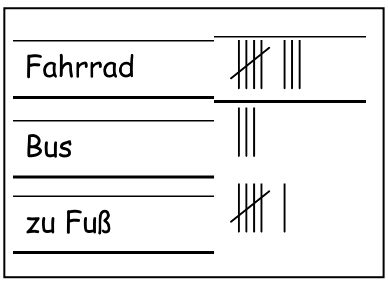
Aufgabe 6: Die Klasse 5a möchte sich den Eltern beim Elternabend vorstellen. Daher wird eine Umfrage in der Klasse durchgeführt und ausgewertet. Eine der Fragen lautet: „Welche Sportart betreibst du am liebsten?". Die Antworten werden in einer Strichliste notiert.

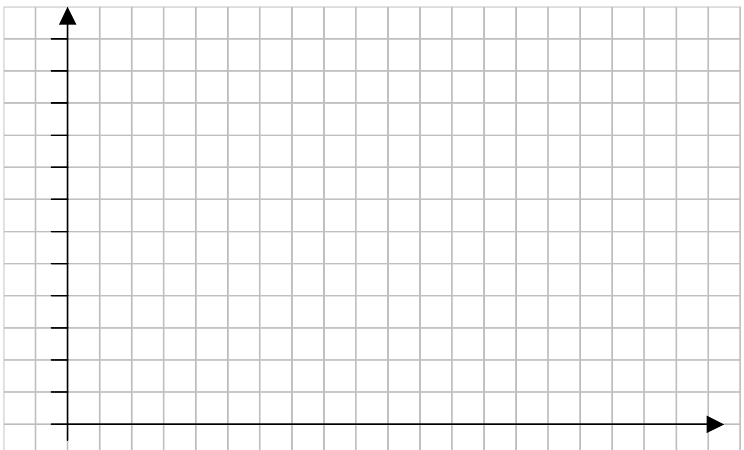
Um das Ergebnis möglichst anschaulich darzustellen, fertigen die Schüler ein sogenanntes **Stabdiagramm** an. Bei jeder Sportart wird für die entsprechende Schülerzahl ein Stab gezeichnet. Dabei wird für jeden Schüler ein Kästchen gezeichnet.





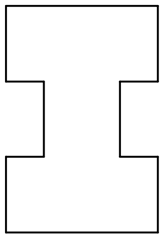
Eine weitere Frage lautet: „Mit welchem Verkehrsmittel kommst du zur Schule?".
Die Ergebnisse sind in der Tabelle zusammengestellt. Zeichne ein passendes Stabdiagramm!

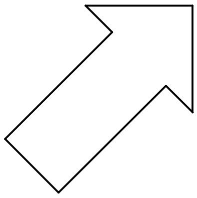


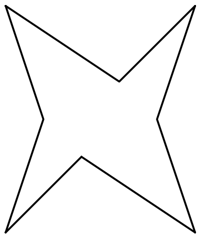


Aufgabe 7: Haben die Figuren Spiegelachsen? Wenn ja, zeichne alle ein!

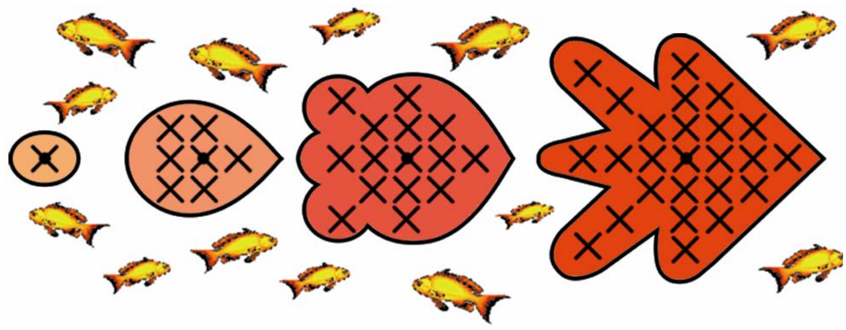
❑ ja ❑ nein ❑ ja ❑ nein ❑ ja ❑ nein







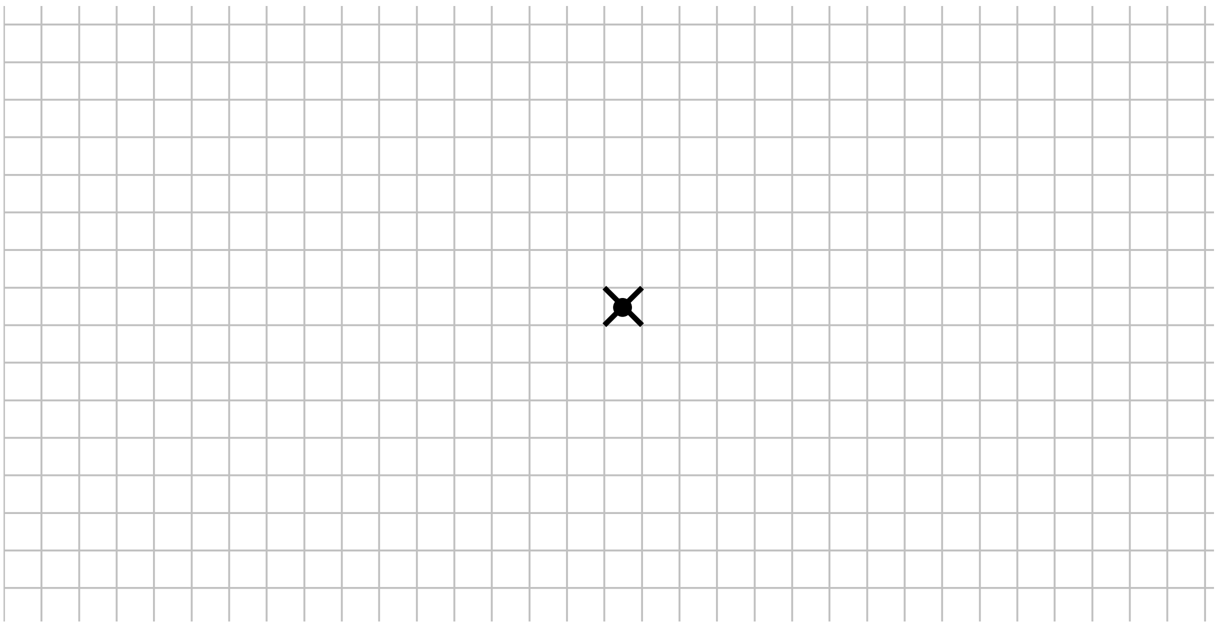
Aufgabe 8: Paul und Lisa beobachten einen merkwürdigen Fisch. Dieser wächst von Tag zu Tag nach folgendem Muster:



1.Tag 2.Tag 3.Tag 4.Tag

Die beiden wollen herausfinden, wie das Wachstum weitergeht. Kannst du ihnen helfen?

Zeichne den Fisch, wie er am 8. Tag aussieht!



Aufgabe 9: Aus wie vielen Kreuzchen besteht ein 12 Tage alter Fisch aus Aufgabe 8?

Antwort:

Beginn Klasse 6

Liebe Schülerin, lieber Schüler,

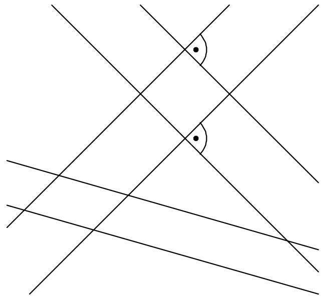
du hast zur Bearbeitung der folgenden Aufgaben 45 Minuten Zeit.

Beachte: Nicht alle Aufgaben sind lösbar! Solltest du daher bei einer Aufgabe nicht weiterkommen, dann notiere dein Problem zu der Aufgabe und arbeite an der nächsten Aufgabe weiter, damit du möglichst viele Aufgaben bearbeitest.

Bitte ankreuzen: Bist du ein Junge ❑ oder ein Mädchen ❑ ?

Aufgabe 1: Finde mindestens 6 geometrische Formen in der nebenstehenden Abbildung rechts oder Begriffe in dieser Zeichnung!

Markiere oder schraffiere diese mit verschiedenen Farben und gib ihre Namen an!



Aufgabe 2: Lisa versteckt die Zahl 50, indem sie die 50 als Rechnung schreibt. Bei jedem neuen Verstecken setzt sie eine Klammer.

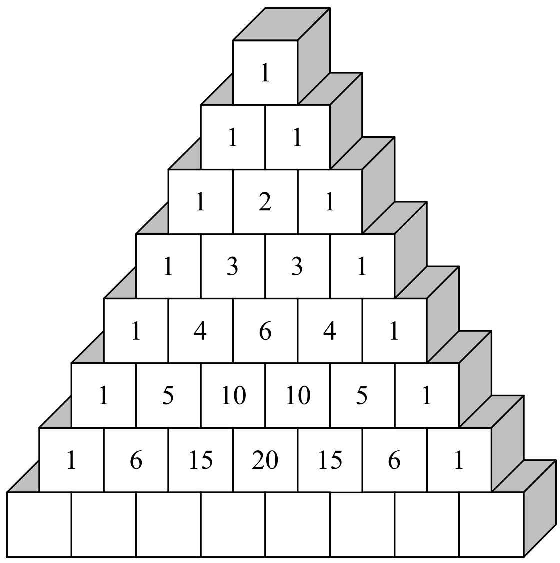
	50
Einfach versteckt	$(2\cdot 25)$
Doppelt versteckt	$(2\cdot(20+5))$
Dreifach versteckt	$(2\cdot((100-80)+5))$
Vierfach versteckt	$(2\cdot((100-(400:5))+5))$

Welche Zahl hat Lisa hier versteckt? $((20:4)\cdot(120:(10-4)))$

Antwort:

Aufgabe 3: Zeichne eine Grundfläche für das Würfelhaus.

Begründe, wie du auf die Form der Grundfläche gekommen bist!

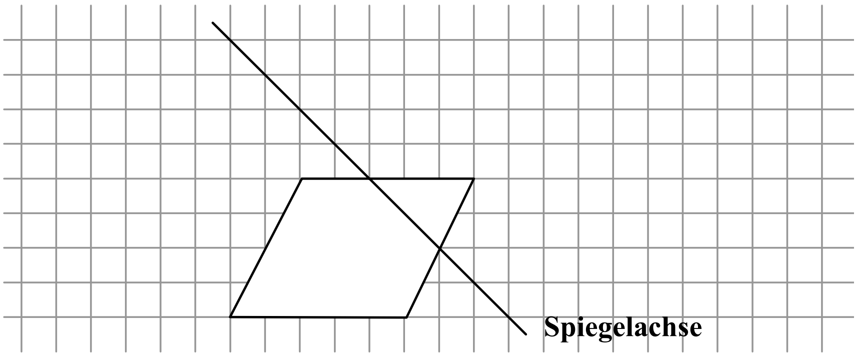


Aufgabe 4: Die Zahlen in diesem Turm wurden nach ganz bestimmten Regeln auf die Bauklötze geschrieben.

Wie lauten die Regeln?

Trage die fehlenden Zahlen in der untersten Reihe ein!

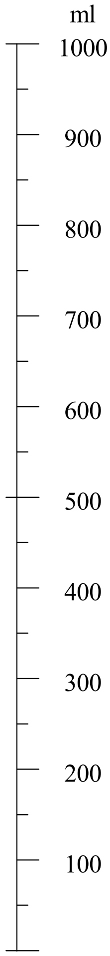
Aufgabe 5: Spiegle das Viereck an der Spiegelachse!



Aufgabe 6: Auf einem Messbecher in der Küche findest Du diese Skala.

In deinem Kochrezept stehen die Angaben leider nicht in Milliliter. Weißt du trotzdem, wie voll du den Messbecher jeweils machen musst?

Trage die Buchstaben auf der Skala ein!



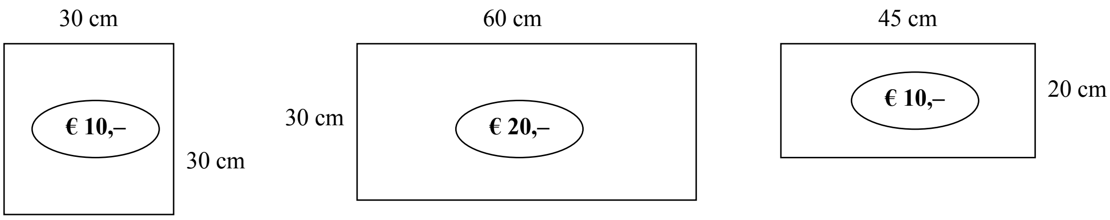
A:	$\frac{3}{4}\,\ell$	Wasser
B:	$0{,}6\,\ell$	Milch
C:	$\frac{1}{4}\,\ell$	Sahne
D:	$0{,}15\,\ell$	Buttermilch
E:	$0{,}05\,\ell$	Öl

Aufgabe 7: Computer speichern Buchstaben als 8-stellige Zahl im Zweiersystem. Diese 8 Zahlen nennt man ein Byte. In der Tabelle siehst Du, wie sich ein Computer die Buchstaben u, v und w merkt.

Wie merkt er sich die Buchstaben x, y und z?

Buchstabe	Byte
u	01110101
v	01110110
w	01110111
x	
y	
z	

Aufgabe 8: Ein Teppichgeschäft verkauft verschieden große Teppichreste. Drei von diesen Resten siehst du hier:



Hr. Schmidt zahlt für seinen Teppichrest € 5,– .

Wie sieht sein Teppich aus? Gib auch deine Überlegungen an.

5. Literatur

Peter Blessing, Wilfried Fischer, Michael Kuhn, Monica Hettrich: Neue Formen der Leistungsmessung: Referate, Schülerunterricht, LdL. Donaueschingen 1999 (noch nicht veröffentlicht)

Gislinde Bovet, Volker Huwendiek (Herausgeber): Leitfaden Schulpraxis, Berlin (Cornelsen-Verlag) 1994; daraus: Hans Gert Wengert „Leistungsbeurteilung in der Schule“

Heidi Buck, Theo Heußer, Bernhard Nollenberger, Ulrich Wagner: Weiterentwicklung der Unterrichtskultur in Fach Mathematik (WUM) – Begleitlektüre zur Fortbildung, LEU-Heft Blaue Reihe M48, Stuttgart 2000

Peter Gallin, Urs Ruf: Ich mache das so! Wie machst du es? Das machen wir ab. – 5.-6. Schuljahr, Zürich (Lehrmittelverlag des Kantons Zürich) 1999

Peter Gallin, Urs Ruf: Singuläre Schülertexte als Basis eines allgemeinbildenden Mathematikunterrichtes. In: Untersuchungen zum Mathematikunterricht. IDN-Reihe (Bielefelder Institut zur Didaktik der Mathematik) Mathematik allgemeinbildend unterrichten – Impulse für Lehrerbildung und Schule. Köln (Aulis Verlag Deubner & Co KG) 1996

Peter Gallin, Urs Ruf: Dialogisches Lernen in Sprache und Mathematik, Band 1 und 2. Seelze-Velber: (Kallmeyersche Verlagsbuchhandlung) 1998

Wilfried Herget, Thomas Jahnke, Wolfgang Kroll: Produktive Aufgaben für den Mathematikunterricht in der Sekundarstufe I, (Cornelsen-Verlag) 2001

Monica Hettrich: Entdecken, Erleben, Beschreiben – Schritte zu einem Dialogischen Mathematikunterricht, LEU-Heft Blaue Reihe M44, Stuttgart 2000

Hartmut Köhler: Pädagogische Miniaturen. Stuttgart (Ernst Klett Verlag) 1999a

Hartmut Köhler et al.: Mathematik erleben. Stuttgart (Ernst Klett Verlag) 1999b

Hartmut Köhler: Mathematik als gemeinsamer Weg. Magazin Schule 12. 2004

Vanessa Korn: Das dialogische Unterrichtsprinzip im Mathematikunterricht, Zulassungsarbeit J.-W.-Goethe-Universität Frankfurt am Main, 2002

Helmut Neunhöffer: Vorschlag zur Bewertung singulärer Schülertexte. Eppelheim, 1999a (noch nicht veröffentlicht)

Helmut Neunhöffer: Kommunikativer Mathematik-Unterricht. Eppelheim 1999b (noch nicht veröffentlicht)

Helmut Neunhöffer: Dialogisches Lernen nach Gallin und Ruf. Eppelheim 1999c (noch nicht veröffentlicht)

Annelies Paulitsch: Zu Gast bei Brüchen und ganzen Zahlen. Köln (Aulis Verlag Deubner) 1997

Annelies Paulitsch: Wie die Zahlen Mathematik machen. Köln (Aulis Verlag Deubner) 1994

Leo Szilard: Die Stimme der Delphine. Reinbek bei Hamburg (rororo) 1963

Hans-Gerd Wengert: Leistungsbeurteilung in der Schule. Aus: Leitfaden Schulpraxis, s.o.